

Оглавление

Введение	3
Предмет сферической астрономии	3
1 Небесная сфера планеты Земля. Обоснование основных направлений и плоскостей	5
1.1 Воображаемая небесная сфера. Прошлое и настоящее	5
1.1.1 Основы геометрии на сфере	7
1.2 Важнейшие астрономически значимые направления и плоскости, их пространственное ориентирование относительно звезд. Связь с Землей и ее движением	9
1.2.1 Ось мира, небесный экватор, эклиптика, линия равноденствий	9
1.2.2 Отвесная линия, плоскости горизонта и небесного меридиана. Полуденная линия. Кульминации светил	13
1.3 Небесная сфера в пункте наблюдения, ее основные точки, линии, плоскости	16
2 Основы векторной астрономии	19
2.1 Скалярные и векторные величины	19
2.2 Сферическая система координат	22
2.3 Основные формулы сферической геометрии	25
3 Системы астрономических координат, взаимосвязь между ними. Практическое использование	29
3.1 Принципы создания сферических ортогональных систем координат	29
3.2 Горизонтальная система координат	30
3.3 Экваториальные системы координат	31
3.3.1 Первая экваториальная система координат	31
3.3.2 Вторая экваториальная система координат	32
3.4 Взаимосвязь горизонтальной и экваториальной систем. Параллактический треугольник и его решение	34
3.5 Эклиптическая система координат. Связь с экваториальной (α , δ). Астрономический треугольник	36
3.6 Галактическая система координат	38
3.7 Преобразование координат из одной системы в другую методами векторной алгебры	39
4 Предвычисление положений светил в зависимости от их координат, широты места и времени наблюдения	45
4.1 Использование небесной сферы при описании суточного движения светил	45
4.2 Кульминации светил. Условия наблюдения светил на разных широтах	46
4.3 Предвычисление восхода и захода звезд и Солнца	47
4.3.1 Сумерки	49
4.4 Прохождение светил через I вертикал	49
4.5 Элонгации близполюсных звезд	51
4.6 Изменение условий наблюдения и освещенности земного шара Солнцем в зависимости от широты и времени года	53
5 Измерение времени в астрономии. Связь шкал времени	57
5.1 Проблема координатно-временного обеспечения (КВО) на рубеже XX — XXI веков	57
5.2 Звездные и солнечные сутки. Звездное и солнечное время	58
5.3 Солнечное время — истинное и среднее. Уравнение времени	59
5.4 Местное время и долгота	62
5.4.1 Системы среднего солнечного времени — использование в науке и повседневной жизни	62
5.5 Связь шкал среднего и звездного времени	64

6	Учет факторов, изменяющих видимое положение светил	67
6.1	Астрономическая рефракция. Ее учет	67
6.2	Суточный параллакс и его влияние на координаты тел солнечной системы	69
6.2.1	Топоцентрические и геоцентрические координаты. Их использование	70
6.2.2	Суточный и горизонтальный параллаксы	70
6.2.3	Влияние суточного параллакса на экваториальные координаты светил	71
6.3	Годичный параллакс и его влияние на координаты ближайших звезд	72
6.3.1	Параллактическое смещение	73
6.3.2	Параллактический эллипс на небесной сфере. Приведение координат звезды к Солнцу	74
6.4	Аберрация света. Влияние на координаты светил	76
6.4.1	Аберрация как явление	76
6.4.2	Аберрационное смещение, апексы. Постоянная годичной аберрации	77
6.4.3	Аберрационный эллипс в системе эклиптических координат	78
6.4.4	Влияние годичной аберрации на экваториальные координаты звезд. Видимые места звезд на дату наблюдения	79
7	Изменение координат звезд, обусловленное изменением самой системы отсчета координат	81
7.1	Вековое и периодическое изменение координат звезд вследствие прецессии и нутации	81
7.2	Изменение средних координат звезд лунно-солнечной прецессией. Постоянные прецессии	83
7.3	Видимые координаты звезд на момент наблюдения	85
	Литература	87
	Приложения	89
	Задачи к разделам курса	89

Введение

Предмет сферической астрономии

Раздел астрономии, в котором изучаются многие явления на небесной сфере, *являющиеся следствиями движения Земли*, получил название сферической астрономии. При установлении количественных соотношений, описывающих изменение условий наблюдения светил в любом месте Земли и в любой момент времени, используется математический аппарат сферической тригонометрии.

При изучении сферической астрономии рассматриваются основы координатно-временных связей (КВС) — важнейшей проблемы данного предмета.

В этом курсе студенты знакомятся с астрономической терминологией, множеством новых фундаментальных понятий, без которых невозможно вникнуть в сущность наблюдаемых на небесной сфере явлений, получают навыки грамотного использования специальной информации, имеющейся в звездных каталогах и ежегодниках.

Сферическая астрономия, по сути, является введением ко всем разделам наблюдательной астрономии. Поэтому курс сферической астрономии предшествует изучению таких разделов астрономии как астрометрия, небесная механика, а также других дисциплин, связанных с астрономическими наблюдениями и изучением Земли (геодинамика, геодезия).

В первую очередь, содержание предмета сферической астрономии является основой и введением к курсу астрометрии. Астрометрия это наука об измерении координат небесных объектов как для создания опорных сетей на небесной сфере (каталожные работы), так и для определения координат пунктов на земной поверхности (астрономо-геодезические работы). Комплексное изучение проблемы координатно-временных связей лежит в основе исследований строения Вселенной и динамики ближнего и дальнего Космоса.

Важнейшими вопросами курса сферической астрономии являются:

1. Обоснование важнейших астрономически значимых направлений на Земле и в пространстве и их связь с движениями Земли;
2. Изучение систем астрономических координат и зависимостей между ними на основе математического аппарата сферической тригонометрии;
3. Предвычисление условий наблюдения светил в зависимости от их координат, широты места и времени наблюдения, которые обусловлены суточным и годичным движениями нашей планеты;
4. Изучение систем астрономического времени и взаимосвязей между ними, создание шкал равномерного времени, используемых в науке и в повседневной жизни;
5. В заключительных разделах курса изучается ряд факторов (рефракция, параллакс, абберация, прецессия, нутация), которые вносят определенные изменения в результаты наземных измерений координат. Исходя из современной точности определения координат, учет влияния этих факторов необходим.

При изложении теоретических вопросов широко используется системный анализ и геометрический метод представления данных, что связано со спецификой предмета сферической астрономии. В пособии внесено значительное количество дополнений описательного характера, усилена иллюстративность по сравнению с имеющимся учебником К. А. Куликова [1], который уже стал библиографической редкостью.

За последние десятилетия точность позиционных наблюдений возросла примерно в тысячу раз. Такой прогресс обусловлен вводом в строй и непрерывным совершенствованием радиоинтерферометров со сверхдлинными базами (РСДБ), инструментов для лазерной локации Луны и спутников, вводом в действие систем глобального определения местоположения (GPS и ГЛОНАСС), разработкой специальных спутников для проведения астрометрических наблюдений, а также разработкой новых методов обработки результатов. Успешное завершение космического проекта HIPPARCOS (аббревиатура от английского High Precision PARallax Collecting Satellite или «спутник для высокоточного измерения параллаксов»)

позволило создать высокоточный каталог $\sim 120\,000$ звезд. Измерение параллаксов дало ценнейшую информацию о пространственном распределении этих звезд около Солнца не только для астрометристов, но и для астрофизиков, специалистов по звездной динамике и небесной механике.

Задачи, которые решает сферическая астрономия, связаны, главным образом, с математическими методами редукции астрономических наблюдений, т. е. приведением координат и скоростей небесных тел от системы координат, в которой они непосредственно измерены, к стандартной системе.

Глава 1

Небесная сфера планеты Земля. Обоснование основных направлений и плоскостей

1.1 Воображаемая небесная сфера. Прошлое и настоящее

Небесная сфера — это тот вековой образ, который хранится в памяти человечества с незапамятных времен, это то первое впечатление, когда человек (*Homo Sapiens*) задумывается о мироздании.

Парадоксом восприятия человеком явлений окружающего мира и космического пространства является тот факт, что он не осознает себя находящимся вместе с Землей в непрерывном движении, то есть постоянно изменяющим свое положение в пространстве. Несомненно и то, что грандиозность пространства, которая раскрывается перед нами, трудно укладывается в обычные понятия.

Сферическая астрономия относится, пожалуй, к наиболее древнему классическому разделу астрономии, когда начинались первые регулярные, хотя и малоточные измерения на небесной сфере — за много-много тысячелетий до нашего времени (Вавилон, Египет, Китай). Но уже тогда удалось установить ряд циклических, повторяющихся время от времени небесных явлений, на основе которых были получены простейшие навыки в ориентировании на местности и определены такие единицы времени как год, месяц, сутки. Эти знания были связаны с угловыми измерениями видимых положений Луны, Солнца, ярких планет на фоне тогда «неизменного каркаса» звезд.

Измерения на небесной сфере способствовали развитию математических образов сферы — появлению сферической тригонометрии.

Особый вклад в становление сферической астрономии внесли астрономы Древней Греции. На основе их наблюдений за небесными светилами были сформированы такие фундаментальные понятия как пространство и время, установлен важный факт изолированного положения Земли в пространстве и на основе простейших угловых измерений тогда уже удалось определить форму и размеры Земли.

До сих пор мы не можем не восхищаться результатами многочисленных наблюдений и открытий, выполненных выдающимся древнегреческим астрономом Гиппархом (II в. до н. э.), построившим обсерваторию на о. Родос. Им была установлена неравномерность движения Луны и Солнца на фоне звезд, движение линии лунных узлов, определено расстояние до Луны по наблюдению лунных затмений. Им же был получен первый звездный каталог и введена шкала для оценки видимого блеска звезд. Особое значение работ Гиппарха обычно связывают с открытием предвращения равноденствия. А это в свою очередь указывает на то, что астрономы того времени внимательно относились к наблюдениям и измерениям на небесной сфере, выполненным еще ранее в прошлом. При таком уровне астрономических знаний ученые Древней Эллады без особого труда решали многие, базирующиеся на наблюдениях задачи, которые выдвигала повседневная жизнь людей (мореплавание, земледелие и т. д.).

Энциклопедией античной астрономии является тринадцатитомный труд величайшего астронома и геометра Клавдия Птолемея (II в. н. э.) «Альмагест» или «Великое построение», в котором обобщены и представлены данные о результатах астрономических исследований предыдущих эпох. Долгое время (фактически около пятнадцати столетий) этот труд Птолемея не был переведен с греческого на европейские языки. Он оказался достоянием западных цивилизаций только в середине XV в. и сыграл огромное значение в дальнейшем развитии астрономии. В настоящем пособии считаю нужным привести некоторые сведения из этого труда. Нельзя не согласиться с высказыванием профессора МГУ, астронома П. В. Щеглова, что даже через тысячу лет одно оглавление «Альмагеста» заставляет трепетать сердце каждого астронома [2].

Приведем некоторые из них:

- в первой книге дано описание небесной сферы, ее наиболее употребительных кругов (горизонт, эклиптика, экватор), описана сферическая тригонометрия и использование при всех расчетах, связанных с измерениями положений светил на сфере;
- во второй книге представлено деление Земли на зоны по продолжительности дня и ночи, а также описаны способы и результаты определения полуденных высот Солнца и их изменений в течение года (с применением *гномона*¹);
- в третьей и четвертой книгах дано описание продолжительности года и месяца и их применение в летоисчислении. В шестой книге описаны противостояния Луны и Солнца и их использование в предвычислении затмений.

В «Альмагесте» подробно изложены наблюдения Гиппарха, его звездный каталог, дополненный наблюдениями Птолемея, и открытие явления предвращения равноденствия, которое Гиппарх установил по смещению точки весеннего равноденствия среди звезд зодиакальных созвездий в направлении, обратном видимому движению Солнца. Здесь же приводится шкала звездных величин, введенная Гиппархом, принципы которой используются и по сей день. Остальные книги посвящены многовековым наблюдениям ярких планет и геоцентрической модели мира с системой эпициклов и деферентов.

Хотя с физической точки зрения эта модель является неверной и сложной, в ней впервые на основе геометрических построений и математических расчетов, базирующихся на наблюдениях, было дано объяснение одной из величайших небесных загадок того времени — петлеобразному движению планет.

Глубокое изучение и анализ особенностей геометрической модели Птолемея и огромного количества наблюдений, как прошлого, так и нового времени, сыграли огромное значение в развитии астрономии в эпоху позднего Ренессанса и создании, в конечном счете, Николаем Коперником гелиоцентрической системы мира. Только тогда Земля стала планетой солнечной системы и обрела два важнейших движения — суточное и орбитальное (годовое).

Современное понимание небесной сферы совершенно иное, чем это было много тысячелетий и даже столетий тому назад.

Небесная сфера используется нами как вспомогательная сферическая поверхность неопределенного радиуса (следствие того, что расстояния до объектов как правило неизвестны), на внутреннюю поверхность которой проецируются пространственные положения различных объектов Вселенной — сравнительно близких, далеких и самых далеких. Центром этой воображаемой сферы является наблюдатель, который вместе с Землей участвует в нескольких движениях. При проецировании, т. е., отнесении положения объекта к небесной сфере, немаловажно сопоставлять перемещение наблюдателя в пространстве с расстояниями до тех или иных космических объектов.

В курсе общей астрономии вы познакомились со строением Вселенной, расстояниями до звезд, положением Солнечной системы в Галактике. Так расстояния до звезд настолько велики по сравнению с размерами Земли, что далекий фон звезд и вид созвездий остается для нас неизменным на протяжении огромных периодов времени, сравнимых с жизнью многих-многих поколений. Характерной особенностью небесной сферы является то, что радиус ее настолько огромен, что его часто называют бесконечным, и что мы всегда можем взять его заведомо больше любого известного нам расстояния до самого далекого объекта Вселенной. Этот радиус можно продлить до так называемого «космологического горизонта», своего рода границы наблюдаемой Вселенной, откуда регистрируются наиболее удаленные галактики и квазары. В настоящее время мы получаем астрофизическую информацию лишь о далеком прошлом этих объектов, поскольку световые волны от них приходят к нам с очень большим опозданием в миллиарды лет.

Только ощущение глубины космического пространства позволяет понять, почему огромные звезды представляются нам на небесной сфере ничтожно малыми точками, когда даже с помощью самых крупных телескопов не удастся измерить их угловые размеры. Какими тогда могут быть угловые размеры нашей планеты с расстояния даже самых близких звезд? Вследствие этого, взаимное расположение звезд в созвездиях не зависит от местоположения наблюдателя на Земле.

Однако, как известно, картина наблюдаемой области неба непрерывно изменяется за счет суточного движения. Она будет также различной при наблюдениях, сделанных на разных широтах, поскольку в один и тот же момент времени нам раскрываются другие области Вселенной.

Положение любого светила на небесной сфере при непосредственных наблюдениях из любого пункта на Земле называют *видимым*, в отличие от его *действительного пространственного положения*. Вследствие необычайной малости размеров Земли в сравнении с расстояниями до звезд их положения обычно называют *геоцентрическими*, поскольку центр воображаемой небесной сферы (положение наблюдателя) можно без ошибки отождествить с центром Земли. Таким образом, при измерении положений звезд выбор центра проекции не зависит от географических координат места наблюдения.

¹Гномоном (простейшим) называется вертикальный шест, который применялся для ориентирования, определения времени и высот Солнца по тени.

Другое дело, когда из различных пунктов поверхности Земли наблюдаются объекты солнечной системы. Их видимые положения среди звезд при этом определяются по-разному. Это особенно отчетливо можно видеть на снимках Луны и Марса, полученных в одно и то же время из разных обсерваторий, удаленных на тысячи километров. Эти изменения вызваны тем, что расстояния до указанных объектов уже сравнимы с радиусом Земли: так, например, расстояние до Луны в среднем составляет только 60 радиусов Земли.

Положения близких светил, зависящие от местоположения пунктов наблюдения, получили названия *топоцентрических*. В этом случае для получения координат этих объектов, независимых от местоположения пунктов наблюдения, прибегают к условному центру сферы — центру Земли и теоретически определяют так называемые геоцентрические координаты светила. Они приводятся в астрономических ежегодниках. В небесной механике при изучении динамики тел солнечной системы и параметров их орбит, центр небесной сферы (т. е. начало координат) относят к барицентру системы «Земля—Луна» — т. е. общему центру масс этой системы.

Если при суточном движении Земли положение центра проекции изменяется незначительно (оно меньше радиуса Земли), то при годовом движении нашей планеты по орбите, пространственное положение наблюдателя изменяется до двух астрономических единиц (1 а. е. равна $149.6 \cdot 10^6$ км). Это изменение центра небесной сферы (при проектировании) сказывается, хотя и незначительно, на видимых положениях ближайших звезд. Тогда геоцентрические координаты звезд испытывают небольшие изменения с годичным периодом. При высокоточных определениях их положений (в особенности, если расстояние до них меньше 100 пк) необходимо получать, так называемые, *гелиоцентрические* координаты, т. е. отнесенные к Солнцу.

Важность приведения координат наблюдаемых объектов к тому или иному «центру сферы» связано с необходимостью учета движения Земли, т. е. получении координат, свободных от движения наблюдателя. Для большинства объектов нашей Галактики, а тем более внегалактических объектов, указанные центры проекций совмещаются, поскольку не только размеры Земли, но и ее орбиты становятся ничтожно малыми по сравнению с расстояниями до них.

Вопросы

1. Какую роль играет небесная сфера при наблюдении и измерении положений светил?
2. В чем состоит специфика небесной сферы?
3. В чем отличие видимых топоцентрических, геоцентрических и гелиоцентрических положений небесных объектов?
4. Выразите 1 а. е. в радиусах Земли.
5. Определить угловой диаметр Солнца, видимый с планеты Уран.

1.1.1 Основы геометрии на сфере

В сферической геометрии аналогом прямой линии как линии с наименьшей длиной, соединяющей две точки, является дуга окружности, образованной пересечением плоскости, проходящей через центр сферы, со сферой. Так как круг — это часть плоскости, ограниченная окружностью, то дадим следующее определение.

1 Определение *Любая плоскость, которая проходит через центр сферы и ограничена сферой, называется большим кругом.*

2 Определение *Любая плоскость, которая не проходит через центр сферы и ограничена сферой, называется малым кругом.*

Как большой, так и малый круг пересекает сферу по окружности. Очевидно, что любая прямая, лежащая в плоскости большого круга и проходящая через центр сферы, является диаметром сферы. Следовательно, два больших круга пересекаются по диаметру сферы.

Через любые две точки, лежащие на поверхности сферы, можно провести большой круг, и дуга такой окружности между этими точками является кратчайшим расстоянием между ними на сфере. Это утверждение эквивалентно аксиоме из планиметрии: через любые две точки можно провести прямую линию.

Перпендикуляр к большому кругу, проходящий через центр сферы, пересекает ее в двух точках, называемых *полюсами*.

3 Определение *Угол между двумя большими кругами называется двугранным углом.*

4 Определение Сферическим треугольником называется фигура, образованная тремя дугами окружностей больших кругов, попарно соединяющих три точки.

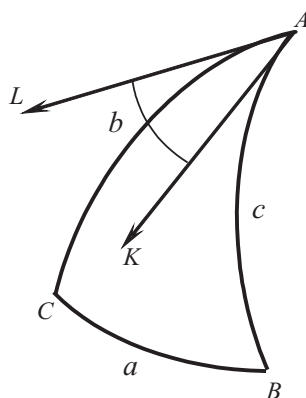


Рис. 1.1: Сферический треугольник. Его элементы

Сферический треугольник ABC показан на рис. 1.1. Стороны и углы в сферических треугольниках выражаются в градусах.

Углы сферического треугольника принято обозначать заглавными буквами A, B, C , а стороны малыми буквами в следующем порядке: против угла A лежит сторона a , против угла B — лежит сторона b и т. д. Это следует помнить при выводе формул сферического треугольника.

В сферическом треугольнике, стороны измеряются центральными углами между соответствующими радиусами, а углы — двугранными углами между плоскостями соответствующих больших кругов. На поверхности сферы эти углы измеряют плоскими углами при вершине сферического треугольника, которые образованы касательными к его сторонам. Так, например, угол A равен углу LAK , где AL и AK — касательные к сторонам AB и AC . В астрономии рассматривают случай, когда углы и стороны сферического треугольника меньше 180° .

Сферическим прямоугольным треугольником является тот, в котором один из углов, например, угол $A = 90^\circ$. Тогда сторону a называют гипотенузой, а стороны b и c — катетами.

Следующие свойства сферического треугольника аналогичны свойствам плоского треугольника:

- в каждом сферическом треугольнике против большего угла лежит большая сторона;
- сумма любых двух сторон больше третьей стороны.

Решение большинства задач, изучаемых в курсе сферической астрономии, сводится к использованию формул сферической тригонометрии (1.1). Из-за недостатка лекционного времени вывод основных формул выносится на самостоятельное изучение.

Формулы пяти элементов:

$$\begin{aligned}\sin a \cos B &= \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A, \\ \sin a \cos C &= \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A, \\ \sin b \cos A &= \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B, \\ \sin b \cos C &= \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B, \\ \sin c \cos A &= \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C, \\ \sin c \cos B &= \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C.\end{aligned}$$

Теорема синусов:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}.$$

Теорема косинусов:

$$\begin{aligned}\cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \\ \cos b &= \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B, \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C.\end{aligned}\tag{1.1}$$

Этот вопрос подробно изложен в «Приложении № 1»: «Основы сферической тригонометрии». При изучении сферической тригонометрии необходимо рассмотреть связи между элементами сферического

треугольника, освоить вывод формул и словесные формулировки, обеспечивающие составление необходимых зависимостей между сторонами и углами сферических треугольников.

При изучении суточного движения светил очень часто используется *параллактический треугольник* на небесной сфере, который образован плоскостями небесного меридиана, вертикала и круга склонения. Вершинами этого треугольника являются «полюс мира—зенит—звезда». При суточном вращении небесной сферы две стороны этого треугольника остаются неизменными (угловое расстояние между полюсом и зенитом в пункте наблюдения, а также угловое расстояние звезды от полюса мира), но при этом непрерывно изменяется во времени угловое расстояние звезды от зенита. Более сложно изменяются углы в этом треугольнике: угол между плоскостью меридиана и вертикалом, а также угол между меридианом и кругом склонения данного светила. Лишь только при наблюдении светил в меридиане исключается использование сферического треугольника.

При изучении систем астрономических координат и взаимосвязей между ними нам придется в дальнейшем рассматривать другие сферические треугольники.

Вопросы

1. Что такое сферический треугольник? Опишите его элементы.
2. Какой сферический треугольник считают прямоугольным? Какие правила используются при составлении его формул? Приведите примеры.

1.2 Важнейшие астрономически значимые направления и плоскости, их пространственное ориентирование относительно звезд. Связь с Землей и ее движением

Содержанием данного параграфа является рассмотрение проективного соответствия между линиями и плоскостями, связанными с Землей и ее движениями, и теми ориентирами на небесной сфере, которые используются в сферической астрономии при изучении главной проблемы — координатно-временных связей (КВС).

Следует подчеркнуть, что на небесной сфере имеется ряд точек, линий и плоскостей, положения которых имеют *планетарный характер*, то есть они сохраняют свою пространственную ориентацию относительно звезд в течение очень долгих периодов времени и не зависят от местоположения наблюдателя; другие же — носят *локальный характер*, поскольку их пространственная ориентация относительно звезд зависит не только от координат места наблюдения, но и от времени наблюдения.

Трудность понимания взаимосвязей между земными и небесными ориентирами состоит главным образом в необходимости восприятия небесных явлений с учетом движений Земли — суточного, годичного, а так же понимания специфики проецирования соответствующих направлений на небесную сферу.

1.2.1 Ось мира, небесный экватор, эклиптика, линия равноденствий

Единым направлением в пространстве, общим для всех мест на Земле, является направление оси ее суточного вращения.

Вследствие крайне малых размеров Земли, по сравнению с расстояниями до звезд, ось суточного вращения независимо от географических координат пунктов наблюдения сохраняет свое направление в пространстве неизменным. Точно так же сохраняются в пространстве положения множества плоскостей, перпендикулярных оси Земли и проведенных в пределах Земли. Таким образом, любая плоскость географической параллели на Земле образует в пространстве единую плоскость — *плоскость небесного экватора*.

В нашу эпоху эту плоскость при суточном движении Земли описывает тройка звезд «пояса Ориона». Таковую же плоскость описывает диск Солнца в дни равноденствий (21.03 и 23.09).

Ось мира, являясь основным опорным направлением, позволяет установить ориентацию оси вращения нашей планеты в пространстве относительно звезд. В результате этого на небесной сфере можно найти точку, лежащую на продолжении земной оси — *полюс мира*, которая не участвует в видимом суточном вращении небесной сферы, в то время как все звезды описывают вокруг нее свои суточные параллели. Итак, в любом месте на Земле мы наблюдаем суточное вращение небесной сферы *с востока на запад вокруг прямой, параллельной оси вращения Земли*, в то время как действительное вращение нашей планеты происходит в противоположном направлении (с запада на восток) или против хода часовой стрелки. В этом же направлении вращаются вокруг своих осей Солнце и большинство объектов солнечной системы.

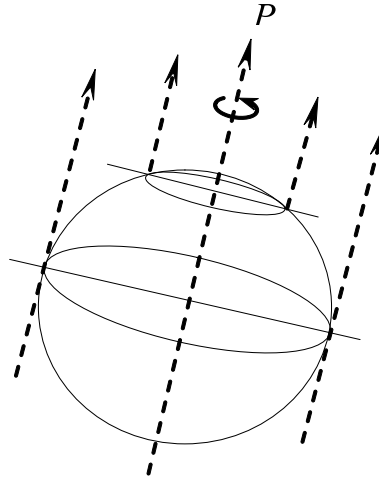


Рис. 1.2: Ось вращения Земли и ось Мира

В современную эпоху, северный полюс мира находится вблизи сравнительно яркой звезды α Малой Медведицы (αUMi), которую довольно просто находят по звездам α и β Большой Медведицы. На основании многовековых наблюдений установлено смещение полюса мира среди звезд, что свидетельствует об изменении в пространстве положения земной оси.

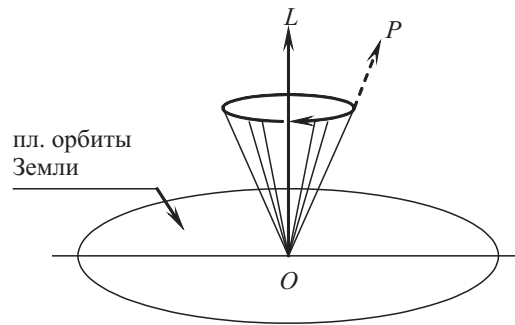


Рис. 1.3: Вековое изменение положения земной оси, обусловленное прецессией

Вековое изменение оси вращения нашей планеты названо *явлением прецессии*, которое состоит в следующем: земная ось, будучи наклоненной к плоскости орбиты под углом $66^\circ 34'$, описывает в пространстве конус вокруг перпендикуляра к плоскости орбиты.

На рис. 1.3 схематично показано это движение оси, где OL — перпендикуляр к плоскости земной орбиты, а OP — одно из положений земной оси в определенную эпоху. Точку L небесной сферы, лежащей на продолжении перпендикуляра к плоскости земной орбиты, называют *полюсом эклиптики*. При изменении положения земной оси, хотя и очень медленном, происходит также поворот плоскости земного (небесного) экватора среди звезд.

На рис. 1.4 показана «небесная траектория» видимого смещения полюса мира за период прецессии ($\sim 26\,000$ лет). Полюс эклиптики, вокруг которого «вращается» полюс мира, находится практически в неизменном положении вблизи звезды φ Дракона. Основная часть этой «траектории» получена теоретически. Точными наблюдениями охвачен период времени лишь около нескольких столетий. Тем не менее, положения полюса Мира относительно звезд в наше время получают с более высокой точностью. На «небесной траектории» видимого смещения северного полюса среди звезд нескольких созвездий (Дракона, Малой Медведицы, Цефея) точками и цифрами отмечены положения полюса Мира в различные космические эпохи — через две тысячи лет. Как видно (рис. 1.4), в античное время ($\sim 3\,000 \div 2\,000$ лет до н. э.) ось Земли была устремлена к звезде α Дракона. В нашу эпоху ($\sim 2\,000$ лет н. э.) мы наблюдаем северный полюс Мира вблизи α Малой Медведицы, которая отстоит от него примерно на 0.5° . Такой угловой диаметр имеет диск Солнца на нашем небосводе.

В ближайшие десятилетия XXI в. угловое расстояние между полюсом Мира и Полярной будет уменьшаться, а затем медленно возрастать. Только через два тысячелетия, полюс мира окажется вблизи звезды γ Цефея. В южном небесном полушарии полюс мира находится в созвездии Октанта. Ближайшей к нему звездой является слабая звезда σ Октанта, поэтому поиск южного полюса мира там проводят по другим

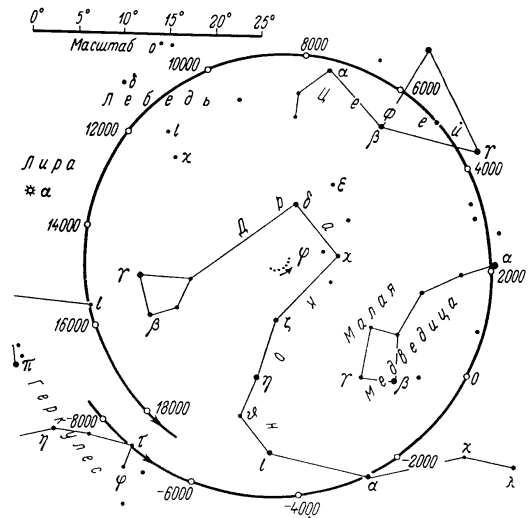


Рис. 1.4: Небесная «траектория» северного полюса мира среди звезд (вид изнутри небесной сферы)

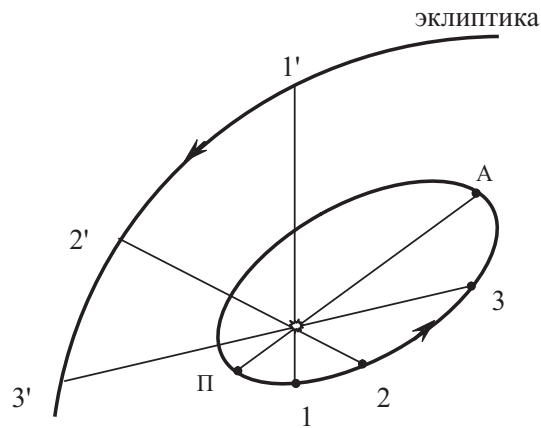


Рис. 1.5: Отображение годового движения Земли на небесной сфере (эклиптика); П — перигелий, А — афелий

ярким звездам, например по звездам Южного Креста (склонение от -64 до -55°). Линия, проведенная через звёзды γ и α Южного Креста приблизительно проходит через Южный полюс мира на расстоянии в 4.5 раза дальше, чем расстояние между звездами (см. рис. 1.6).

Итак, ось мира, медленно изменяющая свое направление в пространстве относительно звезд, определяет ориентацию земной оси и плоскости земного экватора в ту или иную космическую эпоху.

Рассмотрим далее вопрос о взаимной ориентации в пространстве оси вращения Земли и плоскости ее экватора относительно плоскости земной орбиты. Для этого нам следует хотя бы кратко остановиться на годовом движении Земли вокруг Солнца.

Многовековые наблюдения за видимым движением Солнца на небесной сфере позволили определить ряд параметров земной орбиты. Прежде всего, легко показать, что видимое нами смещение Солнца среди звезд (к востоку) является отражением годового движения Земли, которое можно рассмотреть на простейшем рис. 1.5.

Здесь показана земная орбита и несколько положений планеты на орбите: 1, 2, 3 и т. д. При проецировании Солнца на небесную сферу легко видеть, что каждому положению Земли на орбите однозначно соответствует определенное положение Солнца на небесной сфере: $1'$, $2'$, $3'$ и т. д.

Так мы получаем единую с орбитой Земли плоскость, которую называют *эклиптикой*. Плоскость эклиптики, как видно, определяет собой положение плоскости земной орбиты в пространстве относительно звезд.

Из рисунка следует, что видимое движение Солнца по эклиптике совпадает по направлению с действительным движением Земли по орбите — против хода часовой стрелки (к востоку). Более того, угловой поворот радиус-вектора Земли равен угловому перемещению Солнца на небесной сфере. Созвездия, расположенные вдоль эклиптики, с древних времен получили названия *зодиакальных*. По смене периодов их

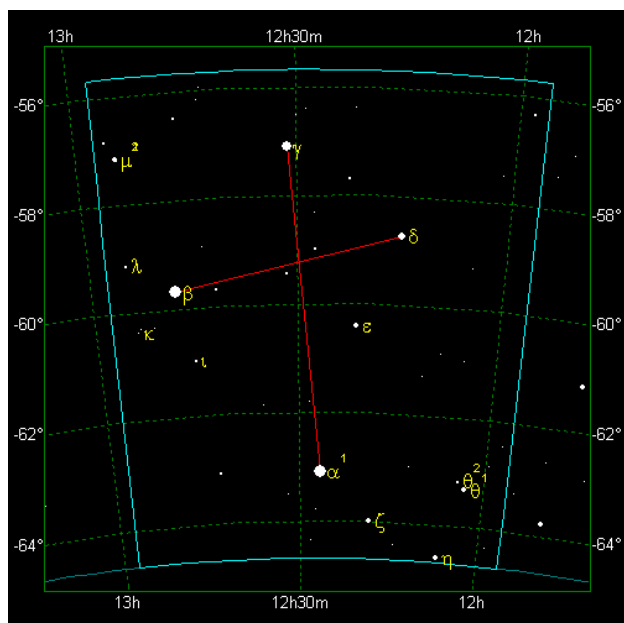


Рис. 1.6: Созвездие Южного Креста (Crux)

видимости, еще до появления календарей, люди определяли времена года.

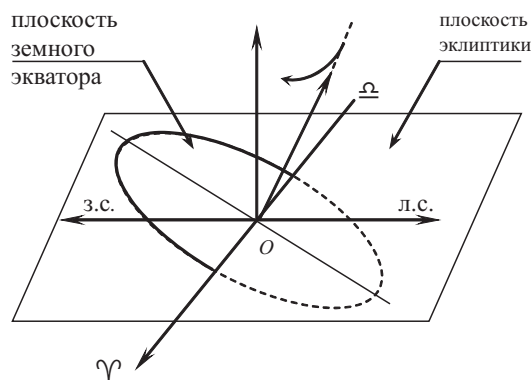


Рис. 1.7: Ориентация плоскостей экватора и земной орбиты. Линия равноденствий (Υ — $\perp$). Линия солнцестояний (з. с.—л. с.)

Как вам известно, видимый путь Солнца (эклиптика) образует с небесным экватором угол в $23^\circ 26'$, т. е. так ориентированы в пространстве плоскости экватора Земли и ее орбиты. Линию пересечения этих плоскостей называют *линией равноденствия*. Это один из важных пространственных ориентиров при определении координат небесных объектов.

На рис. 1.7 показана взаимная ориентация этих плоскостей, где OL — направление к полюсу эклиптики, а OP — направление земной оси в соответствующую эпоху, а так же здесь показана линия равноденствия — Υ — $\perp$. Жирной линией выделена та часть плоскости экватора, которая возвышается над плоскостью земной орбиты. Солнце в этом случае для жителей северного полушария является светилом южного неба (эклиптика при этом расположена южнее экватора).

В плоскости эклиптики, кроме линии равноденствия, показана *линия солнцестояний* (зимнего — з. с. и летнего — л. с.), которая перпендикулярна линии равноденствия. Как было указано ранее, линия равноденствия вследствие прецессии земной оси непрерывно, хотя и очень медленно, изменяет свое положение в пространстве и смещается по эклиптике к западу — навстречу видимого движения Солнца, что приводит к так называемому *предварению равноденствия*. В результате этого, соответствующее равноденствие, например весеннее, наступает несколько раньше, чем Земля возвращается в ту же точку своей орбиты. Период времени, по истечении которого Солнце возвращается в точку равноденствия, называют *тропическим годом*, продолжительность которого составляет 365.24220 суток, что примерно равняется $365^d 05^h 48^m 46^s$.

В античное время точки пересечения эклиптики с экватором находились в зодиакальных созвездиях

Овен и Весы. Зодиакальные знаки, обозначающие эти созвездия (Υ и ♎), сохранены по традиции и до настоящего времени. В современный период Солнце находится в созвездии Рыб (♓) в день весеннего равноденствия и в созвездии Девы (♍) — в день осеннего. В то же самое время происходит поворот в пространстве линии солнцестояния. Так, в античное время точка летнего солнцестояния находилась в созвездии Рака (♋), а зимнего — Козерога (♑). В настоящее время точка летнего солнцестояния находится у границы созвездий Близнецов (♊) и Тельца (♉).

Вековое смещение точки равноденствия среди звезд вследствие прецессии, которое мы подробно рассмотрим в дальнейшем, влияет на координаты звезд. Это особенно важно, когда между наблюдениями имеется достаточно большая разность эпох. В звездных каталогах всегда дается эпоха равноденствия, к которой отнесены координаты. В настоящее время основной эпохой последних новейших каталогов является эпоха 2000.0.

Вопросы

1. Почему направление оси вращения Земли и плоскости экватора в пространстве не зависят от положения наблюдателя на земном шаре?
2. Почему изменяется положение земной оси в пространстве относительно звезд. Каков характер этого движения?
3. Как узнали о пространственном положении плоскости земной орбиты?
4. Что такое эклиптика и в каком направлении наблюдается видимое движение Солнца по ней?
5. Что такое линия равноденствия? Почему изменяется со временем ее положение относительно звезд? К какому зодиакальному созвездию будет смещаться точка Υ в последующие столетия (тысячелетия)?

1.2.2 Отвесная линия, плоскости горизонта и небесного меридиана. Полуденная линия. Кульминации светил

В данном параграфе рассмотрим вопрос о том, как изменяется при суточном движении Земли пространственная ориентация относительно звезд тех направлений и плоскостей, положения которых в пространстве зависят не только от координат пункта на Земле, но и времени наблюдения.

Для этого нам следует напомнить о географических координатах пункта наблюдения на земном сфероиде. На рис. 1.8 показан некоторый произвольно избранный *меридиан*, *долгота* которого (λ) определяется двугранным углом между плоскостями данного (меридиана точки А) и начального меридиана $\lambda = 0$. На данном меридиане показан некоторый пункт (точка А), *астрономическая широта* которого измеряется углом в плоскости данного меридиана, который образует здесь *отвесная линия* с плоскостью земного экватора.

В пункте А показано направление на полюс мира, положение которого относительно звезд, как мы знаем, не зависит ни от места положения наблюдателя, ни от суточного вращения Земли. Однако условия наблюдения светил в данном месте Земли существенно зависят от пространственного положения отвесной линии относительно звезд в момент наблюдения.

Отвесная линия, будучи важным ориентиром при наблюдениях светил, является равнодействующей двух сил — силы тяготения и центробежной силы.

При решении большинства астрономических задач, Землю в первом приближении можно считать шаром, центр которого совпадает с центром масс, т. е. этим центром является точка пересечения множества отвесных линий, проведенных из разных пунктов вращающейся Земли. Отвесная линия пересекается с небесной сферой, как известно, в точках *зенита* и *надира*.

Плоскость, перпендикулярная отвесной линии в пункте наблюдения, называется *плоскостью математического горизонта*. Ее легко представить в виде касательной плоскости к земному сфероиду или уровенной поверхности в пункте наблюдения. Горизонт и направление в *зенит* (Z) являются теми понятиями, которые реально воспринимаются наблюдателем. Над горизонтом в ясную погоду нам раскрывается та часть Вселенной, которую можно наблюдать из данного места Земли в соответствующий момент времени. Конечно, картина видимой над горизонтом области Вселенной очень сильно зависит от географической широты.

Каков же угол в данном пункте Земли между направлениями на зенит и полюс мира? Из простейших геометрических построений (см. рис. 1.8) следует, что если отвесная линия с экватором образует угол, равный широте места, то и *высота полюса мира над горизонтом будет равна этому углу*. Таким образом, $\angle ACQ = \angle PAN = \varphi$. Этот угол называют *астрономической широтой места наблюдения*, поскольку ее можно определить из непосредственных наблюдений. При этом нетрудно видеть, что угловое расстояние

щается относительно звезд к востоку, в результате чего светила, ранее наблюдавшиеся в меридиане, окажутся расположенными западнее этой плоскости. В то же самое время светила, ранее видимые восточнее плоскости данного меридиана, окажутся либо ближе к нему, либо будут в плоскости нашего меридиана.

Из курса общей астрономии вы узнали, что условия наблюдения светил в моменты их кульминаций зависят от широты места. При этом весьма заметно меняется видимая картина суточного движения светил в пунктах с различными широтами. Для каждой широты характерна определенная «крутизна» суточных путей светил относительно горизонта. Многие из вас умеют вычислить высоту звезды в момент ее верхней кульминации в пункте с известной широтой.

Ясно ли вы представляете, почему на разных широтах «свои зенитные звезды», чем определяется постоянная разность высот звезд в моменты их кульминации на данной широте? Определяющим фактором при этом является различная пространственная ориентация в данном пункте отвесной линии и плоскости горизонта относительно направления на полюс мира. В моменты кульминации, как известно, направления на полюс мира, зенит и светило лежат в одной плоскости. Для выяснения этих вопросов воспользуемся рисунком земного шара (рис. 1.9), с помощью которого можно наглядно проиллюстрировать такого рода изменения.

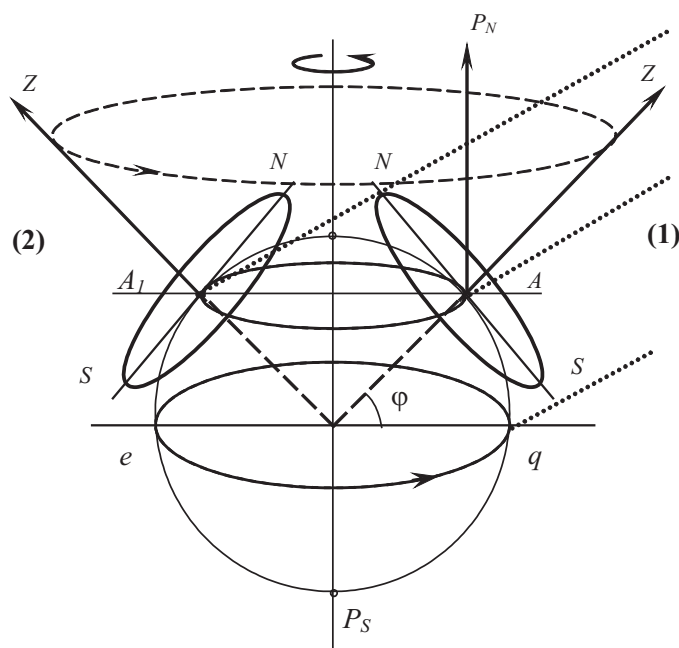


Рис. 1.9: Изменение положения отвесной линии и плоскости горизонта в пространстве относительно звезд при суточном вращении Земли, наблюдаемое в наземном пункте А; 1) положение меридиана в момент ВК звезды; 2) положение того же меридиана в момент НК звезды

Пусть справа от оси вращения (1) показано положение некоторого меридиана, когда в одном из его пунктов, расположенном в области средних широт северного полушария (т. А) происходит верхняя кульминация некоторого светила. Слева от оси вращения (2) показано положение того же меридиана, которое он займет в пространстве через полуоборот Земли вокруг оси, тогда в этом пункте будет наблюдаться нижняя кульминация данного светила. Точечной линией на этом рисунке показаны направления на светило. Звезды настолько далеки от нас, что в разные пункты планеты световой поток, приходящий к нам от того или иного светила, образует один и тот же угол с плоскостью земного экватора. В дальнейшем мы будем называть этот угол *склонением светила*.

На рис. 1.9 для каждого положения меридиана (1, 2) в пункте наблюдения А показаны плоскости горизонта, отвесной линии и направление к полюсу мира. В плоскости горизонта для случаев (1) и (2) также показаны линии пересечения плоскости горизонта с плоскостью меридиана, т. е. *полуденные линии* (NS).

Проанализируем и уточним, как будет наблюдаться данное светило в т. А в моменты кульминаций и насколько изменятся высоты всех звезд (независимо от их склонения) через половину суток на избранной нами широте.

Постарайтесь увидеть тот пункт на данном меридиане, где это светило кульминирует в зените. На этом же рисунке нетрудно увидеть, что на каждой широте световой луч от данной звезды будет зарегистрирован в моменты кульминаций под разными углами относительно плоскостей горизонтов мест наблюдения. В данном случае взято светило, которое в точке А наблюдается вблизи зенита (к югу от него) и высота

его над горизонтом в момент ВК значительна.

В момент нижней кульминации, когда меридиан т. А займет относительно звезд положение 2, то световой поток от них принимается северной стороной горизонта. Многие светила при этом наблюдаются низко над горизонтом. На рис. 1.9 показано светило, световой луч от которого в пункте наблюдения встречается с физической поверхностью Земли. Тогда это светило оказывается здесь ниже плоскости горизонта, т. е. является невидимым для нас. В этом случае высотам светил приписывают знак «минус».

При суточном вращении Земли лишь ось мира не изменяет своего направления относительно звезд, в то время как отвесная линия и, соответственно, плоскость горизонта непрерывно изменяют свою ориентацию в пространстве. Следствием этого является непрерывное изменение высот светил, которые достигают своих предельных значений (наибольшей и наименьшей) в моменты кульминаций. Как видно, отвесная линия, при суточном вращении Земли в любом месте планеты описывает в пространстве конус вокруг оси мира, а точка зенита (Z) — окружность с центром в полюсе мира, что также можно видеть на рис. 1.9.

В крайних положениях (1, 2) отвесная линия, а, следовательно, и плоскость горизонта изменяют свое положение в пространстве на двойной угол между направлениями на полюс и зенит: $(2 \cdot (90^\circ - \varphi))$, что составляет разность высот любого светила в данном месте Земли в моменты их верхней и нижней кульминаций:

$$\Delta h = h_{\text{ВК}} - h_{\text{НК}} = 2 \cdot (90^\circ - \varphi).$$

Таким образом, для каждой широты, в зависимости от угла между отвесной линией в пункте наблюдения и осью вращения Земли будет своя разность высот светил в моменты их кульминаций. От этого зависит и «крутизна суточных путей» светил относительно горизонта места наблюдения. Как видно, чем больше широта места, тем меньше будут различаться высоты светил в обеих кульминациях (ВК и НК).

Итак, в этой главе мы познакомились с важными земными ориентирами, которые связаны с положением наблюдателя на Земле и ее движением. Эти ориентиры будут использоваться нами для представления видимых положений светил на небесной сфере.

Вопросы

1. Почему свободно падающее с высокой башни тело упадет к востоку от основания башни?
2. Что такое астрономическая широта?
3. Что такое плоскость горизонта и полуденная линия в данной точке земного сфероид?
4. Что такое кульминация светил?
5. Почему при суточном вращении Земли происходит изменение высот светил?
6. Почему разность высот светил в моменты обеих кульминаций зависит только от широты места наблюдения?
7. На какой широте при суточном вращении нашей планеты не происходит изменений высот светил над горизонтом?
8. Определить разность высот светил в моменты верхней и нижней кульминаций для пунктов с широтами $56^\circ 49'$ и $46^\circ 28'$.

1.3 Небесная сфера в пункте наблюдения, ее основные точки, линии, плоскости

После рассмотрения системы земных ориентирующих параметров относительно звезд перейдем к их отображению на вспомогательной поверхности воображаемой *небесной сферы*. В широком понимании «небесная сфера» используется как поверхность, на которой из центра проекции, связанном с положением Земли (и наблюдателя), можно получить видимое положение светила в той или иной системе координат.

Каждому направлению из центра сферы отвечает точка, каждой плоскости — большой круг этой сферы. На небесной сфере строго сохраняется проективное соответствие между всеми направлениями и плоскостями, связанными с Землей.

Вспомогательную поверхность небесной сферы в астрономии связывают с понятием «фона звезд», т. е. того опорного каркаса, который используется как при высокоточном определении пространственных положений звезд, так и при уточнении положений основных земных ориентиров, которые обеспечивают создание самой системы земных координат.

С помощью небесной сферы можно представить и показать любое положение светила в пункте наблюдения в любой момент времени относительно избранных плоскостей с учетом видимого суточного

вращения небесной сферы, в то время как наблюдатель считает себя неподвижным и находится в центре этой сферы.

При изучении широкого круга задач по проблеме координатно-временных связей (КВС) используются различные комбинации плоскостей и направлений.

Рассмотрим ниже те плоскости и направления, которые применяются при изучении явлений, обусловленных суточным вращением Земли. Они показаны на рис. 1.10. На этом рисунке приведены обозначения основных линий (направлений) и плоскостей. Здесь PP' — ось мира, ZZ' — отвесная линия в пункте наблюдения, QQ' — плоскость небесного экватора и $NESW$ — плоскость горизонта. Для данной широты следует ясно представлять взаимное ориентирование главных направлений и плоскостей: $\angle PON = \varphi$, где φ соответствует высоте полюса мира над горизонтом, а $\angle POZ = 90^\circ - \varphi$ является углом между направлениями на полюс и зенит. Таким же по величине является угол между плоскостью горизонта и плоскостью небесного экватора.

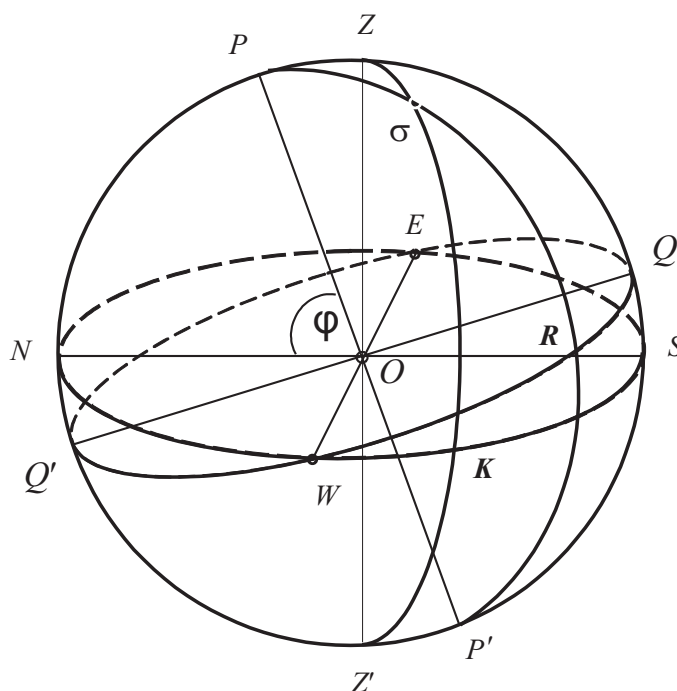


Рис. 1.10: Небесная сфера для пункта с фиксированной широтой. Основные точки, линии, плоскости. $\angle NOP = \varphi$

При описании суточного движения светил необходимо ясно воспринимать такую важную плоскость как *небесный меридиан*. Для наблюдателя, который считает себя в данном случае неподвижным и находится в центре сферы, небесный меридиан проще всего представить в виде вертикальной плоскости, проходящей через полюс мира. С помощью небесной сферы легко показать любое положение светила относительно горизонта и меридиана в заданный момент времени, описать видимую картину суточного движения светила и использовать математический аппарат сферической тригонометрии.

В зависимости от того, как вы изображаете на рисунке ось мира относительно отвесной линии — в левой или правой ориентации — удобно описать видимое суточное движение светил на восточной (до ВК) или западной полусфере (после ВК). На данном рисунке (рис. 1.10) показана «левая ориентация» оси мира (PP), тогда южная сторона небесного меридиана ($PZQS$) располагается справа, а к наблюдателю обращена западная полусфера.

При описании суточного движения светил следует ознакомиться с такими плоскостями как *вертикал* и *круг склонения светила*. Возьмем направление из центра сферы на зенит (Z) и светило (σ). В результате получим вертикальную плоскость, проходящую через эти точки. Ее называют вертикалом светила. Если же возьмем направления на полюс мира и светило ($O\sigma$), то получим плоскость, перпендикулярную экватору и проходящую через полюс мира и светило, которую называют кругом склонения. *Положения указанных плоскостей непрерывно изменяются относительно небесного меридиана с суточным периодом.*

Небесный меридиан пересекается с плоскостью горизонта вдоль *полуденной линии* (NS), которая указывает направление меридиана в данном пункте. Небесный экватор пересекается с горизонтом вдоль линии «восток—запад». Таким образом, в плоскости горизонта расположены главные точки горизонта,

являющиеся ориентирами на местности. Линия EW на земном сфероиде является касательной к географической параллели в пункте наблюдения, а линия OE определяет направление вектора скорости суточного вращения Земли (и наблюдателя). Точку E в астрономии обычно называют *апексом суточного движения*.

Мы неоднократно указывали, как на местности можно найти направление полуденной линии. Линию EW можно зрительно представить в данном месте Земли лишь в дни равноденствия, в моменты восхода или захода Солнца.

В отдельных случаях вместо полного рисунка небесной сферы достаточно пользоваться ограниченными участками небесной сферы, когда важно выделить положение светила относительно той или иной плоскости (например, плоскости меридиана). Ниже приводим рисунки 1.11 а, 1.11 б для избранных областей неба, когда необходимо показать положение светила вблизи плоскости небесного меридиана в моменты, близкие к верхней или нижней кульминациям. В первом случае (рис. 1.11 а) светило «переходит» из восточной части небесной сферы в западную, во втором (рис. 1.11 б) — из западной в восточную.

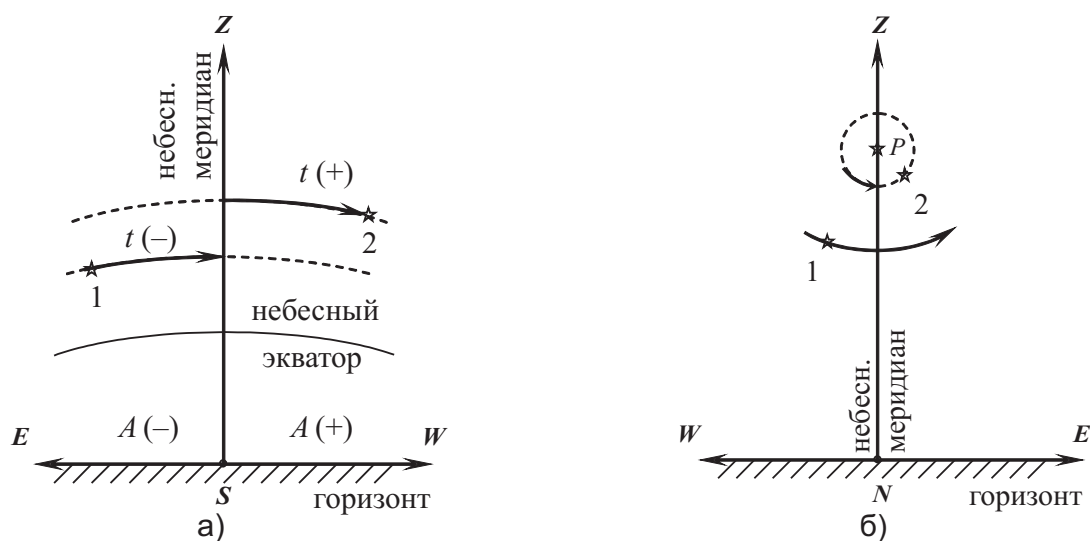


Рис. 1.11: Суточное движение звезд вблизи меридиана (вид изнутри сферы, наблюдатель расположен в средних широтах северного полушария Земли): а) южная сторона; б) северная сторона

Глава 2

Основы векторной астрономии

2.1 Скалярные и векторные величины

5 Определение Скаляр (от лат. *scalaris* — ступенчатый) — величина (возможно переменная, то есть функция), каждое значение которой может быть выражено одним числом (чаще всего подразумевается вещественное число). При смене системы координат скаляр остается неизменным (инвариантным).

Примерами скаляров являются длина, площадь, время, масса, плотность, температура и т. п. Важно заметить, что понятие скаляра довольно сильно связано с контекстом. Так, в общепринятом контексте современной физики часть приведенных величин скалярными не являются.

Среди приведенных величин большинство являются скалярами лишь в весьма ограниченных контекстах. Так, хотя длина или площадь, понимаемые как длина и площадь, определённые для основного пространства рассматриваемой теории, несомненно, являются хорошими примерами скаляров, тем не менее, обычные (то есть рассматриваемые в рамках обычного трехмерного пространства) длина и площадь, а также время — являются скалярами только в классической (ньютоновской) физике, так как основное пространство современных физических теорий по умолчанию обычно включает как минимум четырехмерное пространство-время. В общеупотребительном современном понимании скалярами из перечисленного являются масса, 4-мерная длина — интервал (а трехмерная длина — нет!), 4-мерная (но не трехмерная!) площадь, также — «инварианты» электромагнитного поля: $E^2 - H^2$, $E \cdot H$. А время и энергия, например, являются не скалярами, первое — компонентой вектора 4-мерного перемещения, вторая — компонентой 4-вектора энергии-импульса. Вообще же говоря, если идет речь о физике, чтобы не ошибиться в понимании применения термина «скаляр» надо выяснить контекст: идет ли речь об «обычном» трехмерном пространстве или о пространственно-временной формулировке.

Типичным примером величины, выражающейся одним числом, но не являющейся скаляром, является одна из координат вектора в каком-то произвольно выбранном базисе (при почти любом изменении базиса координата не останется неизменной, она, таким образом, не инвариант). То же касается координаты тензора любой другой валентности (кроме нулевой).

Еще одним примером величины, не являющейся, строго говоря, скаляром, является *псевдоскаляр*.

6 Определение Псевдоскаляр — величина, не изменяющаяся при переносе и повороте координатных осей, но изменяющая свой знак при замене направления одной оси на противоположное (и вообще — при переходе к базису другой ориентации).

Примерами псевдоскаляров для пространств (многообразий) любой размерности являются ориентированный объем; свертка количества полярных векторов в количестве, равном размерности пространства, с символом Леви-Чивиты соответствующей размерности; вообще — скалярная свертка нечетного (включая псевдовекторы и псевдоскаляры) количества псевдотензоров. В трехмерном пространстве — смешанное произведение трех векторов; скалярное произведение $\vec{a} \vec{b}$, где $\vec{a}$ — аксиальный вектор и $\vec{b}$ — обычный (полярный) вектор; радиус кручения пространственной кривой. В двумерном пространстве — псевдоскалярное произведение двух полярных векторов; статический момент; гауссова кривизна; (только в двумерном пространстве!) — угловая скорость, момент силы или момент импульса (в трехмерном пространстве эти три величины — псевдовекторы).

Полярный вектор — обычный вектор, называемый так для отличия от осевого (аксиального) вектора.

7 Определение Аксиальный вектор (от лат. *axis* ось), осевой вектор, величина, преобразующаяся как обычный (полярный) вектор при вращениях в евклидовом или псевдоевклидовом пространстве и (в отличие от обычного вектора) не меняющая знака при отражении координатных осей. При инверсии системы координат (изменении знака *всех* осей) правая система переходит в левую, аксиальные векторы

при этом не изменяются — аксиальный вектор при изменении ориентации пространства на противоположную преобразуется в противоположный вектор, т. е. аксиальный вектор — четная величина.

Координаты аксиального вектора получают при преобразованиях координат дополнительный множитель (-1) по сравнению с преобразованием координат истинных (иначе называемых полярными) векторов, если базис меняет ориентацию (например, зеркальное отражение). Это, наряду с псевдоскаляром, частный случай псевдотензора. Графически изображенный псевдовектор при таком изменении координат меняет направление на противоположное.

В геометрии наиболее употребительным применением псевдовектора может быть представление с его помощью трехмерного бесконечно малого поворота. Вероятно, термин *аксиальный вектор* происходит именно отсюда, так как псевдовектор определяет ось поворота (ее направление), но только с точностью до множителя (± 1) , с направлением же вращения связан условным произвольным выбором правого базиса, в отличие от истинного (полярного) вектора, представляющего направленный отрезок (или параллельный перенос) вполне определенно и однозначно заданного точками начала и конца.

Обычный путь порождения псевдовекторов — это псевдовекторные операции, наиболее обычной, если не единственной из употребительных в трехмерном случае является векторное произведение (так как оно в обычной координатной записи включает псевдотензор Леви-Чивиты) и операции, содержащие векторное произведение (например, ротор и т. п.) или нечетное их количество. Псевдовекторная операция порождает из истинных векторов и скаляров псевдовекторы и псевдоскаляры.

Так, при умножении истинного вектора на истинный вектор — получается в скалярном произведении истинный скаляр, а в векторном произведении — псевдовектор. При умножении истинного вектора на псевдовектор — получается в скалярном произведении псевдоскаляр, а в векторном произведении — истинный вектор. При перемножении двух псевдовекторов — получаются соответственно истинный скаляр и псевдовектор.

В физических теориях, за исключением таких, в которых присутствует явное и в принципе наблюдаемое нарушение зеркальной симметрии пространства, псевдовекторы могут присутствовать в промежуточных величинах, но в конечных, наблюдаемых — множители (-1) при зеркальных отражениях координат должны уничтожаться, встречаясь в произведениях четное количество раз (четное количество псевдовекторных + псевдоскалярных + других псевдотензорных множителей).

Например, в классической электродинамике индукция магнитного поля — псевдовектор, так как порождается псевдовекторной операцией, например в законе Био-Савара, но сама эта величина (псевдовектор) определена в принципе с точностью до условного множителя, который может быть выбран $+1$ или -1 . Однако реально наблюдаемая величина — ускорение заряда под действием магнитного поля — при своем вычислении содержит еще одну псевдовекторную операцию в выражении для силы Лоренца, дающую еще один условный множитель ± 1 , равный первому, в ответе же произвол пропадает, так как произведение $\pm 1 \cdot \pm 1$ дает просто 1 .

В механике наиболее часто встречающаяся псевдовекторная величина — вектор угловой скорости и связанные с ней (например, момент импульса). Истинный вектор скорости получается из псевдовектора угловой скорости псевдовекторной операцией.

Для дальнейших рассуждений и примеров введем систему координат с началом в точке O и осями Ox , Oy , Oz . Направления осей задаются векторами $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, соответственно, причем длина каждого вектора считается равной единице. Поэтому они называются единичными векторами. Система координат является прямоугольной (декартовой), если векторы взаимно перпендикулярны.

Пример 2.1.1 Угол поворота тела вокруг какой-то оси можно, казалось бы, рассматривать как вектор в том смысле, что он имеет численное значение, равное углу поворота, и направление, совпадающее с направлением оси вращения, которое определяется по правилу буравчика. Однако два таких поворота не складываются по закону сложения векторов, если только углы поворота не являются бесконечно малыми.

В качестве примера рассмотрим два последовательных поворота на угол π вокруг двух осей, пересекающихся под углом φ (Oa и Ob) (см. рис. 2.1).

При первом повороте на угол π вокруг оси Oa точка P переходит в P' , а $P' \rightarrow P$. При этом ось Oa остается на месте. При втором повороте на угол π вокруг оси Ob $P' \rightarrow P$ и $P \rightarrow P'$, то есть точки P и P' возвращаются на свои места.

Таким образом, после двух поворотов линия PP' (перпендикулярная плоскости aOb) остается неподвижной и, следовательно, является осью результирующего поворота. Для определения угла этого поворота замечаем, что в результате первого поворота ось Oa остается на месте, а после второго — переходит в позицию Oa' , образующую с Oa угол 2φ . Таким образом, два последовательных поворота вокруг осей Oa и Ob представляют собой поворот вокруг оси PP' (на угол 2φ), перпендикулярной плоскости ab . Если считать каждый поворот вектором, направленным вдоль Oa и Ob соответственно,

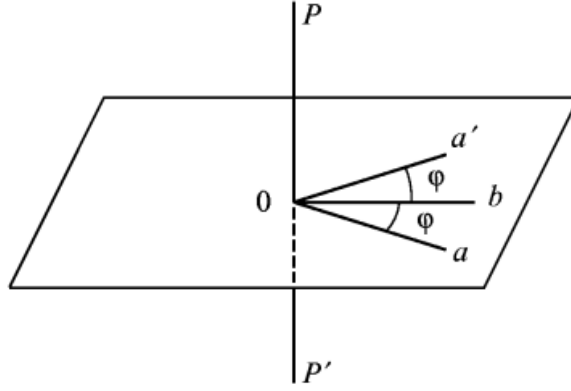


Рис. 2.1: Произведение двух поворотов

то «сумма» этих векторов должна лежать в плоскости ab , в то время как вектор результирующего поворота перпендикулярен этой плоскости. В результате правило «сложения» этих двух векторов (поворотов) не соответствует правилу параллелограмма. Более того, заметим, что при изменении порядка поворотов (сначала вокруг оси Ob , а затем вокруг оси Oa) получается поворот в противоположном направлении, то есть результат этого «сложения» некоммукативен, он зависит от порядка, в каком производятся эти повороты.

Правилу сложения векторов подчиняются только повороты на бесконечно малый угол, поэтому, например, угловые скорости $\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ можно складывать, в результате чего будем иметь вращение с угловой скоростью $\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$.

До сих пор речь шла о поворотах систем координат. Однако, как известно, существует две системы координат, правая и левая. Очевидно, что при поворотах правая система координат всегда остается правой, а левая — левой. Но существуют такие преобразования координат, которые правую систему преобразуют в левую и наоборот. Например, это может быть инверсия одной из осей, $y \rightarrow -y$ (см. рис. 2.2).

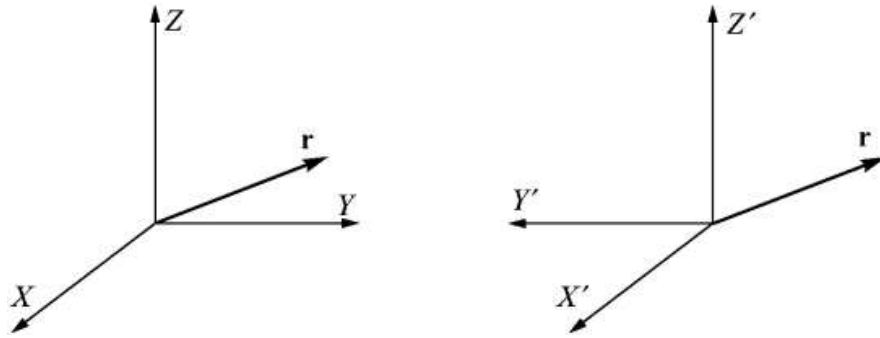


Рис. 2.2: Преобразование компонент вектора при инверсии одной из осей

Очевидно, что при этом между проекциями одного и того же радиус-вектора $\vec{r}$ в новой и старой координатных системах имеются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} x &= x' \\ y &= -y' \\ z &= z' \end{aligned} \quad \hat{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Поскольку $\cos \widehat{yy'} = -1$, то координаты радиус-вектора при инверсии одной из осей преобразуются по тем же правилам, что и при поворотах системы координат. Но это оказывается справедливым не для всех векторов.

2.2 Сферическая система координат

Для решения многих задач оказывается удобнее вместо декартовой системы использовать криволинейные системы координат. В общем случае используются три функции $f_1(x, y, z)$, $f_2(x, y, z)$, $f_3(x, y, z)$ для определения положения тела в пространстве. Координатная сетка состоит из пересекающихся кривых $f_i(x, y, z) = \text{const}$, $i = 1, 2, 3$ вместо сетки прямых линий $x = \text{const}$, $y = \text{const}$, $z = \text{const}$ в декартовой системе. Если функции выбраны подходящим образом, то положение объекта может быть однозначно определено с помощью криволинейных координат (f_1, f_2, f_3) вместо декартовых координат (x, y, z) .

К таким системам относится и сферическая система координат, широко используемая не только в астрономии, но и других науках. Сферические координаты (см. рис. 2.3): r — радиус-вектор объекта, θ — полярное расстояние, которое иногда называют коширотой, и λ — долгота связаны с декартовыми координатами x, y, z уравнениями:

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \lambda, \\ y &= r \sin \theta \sin \lambda, \\ z &= r \cos \theta. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Полярное расстояние изменяется от 0° до 180° , долгота — от 0° до 360° .

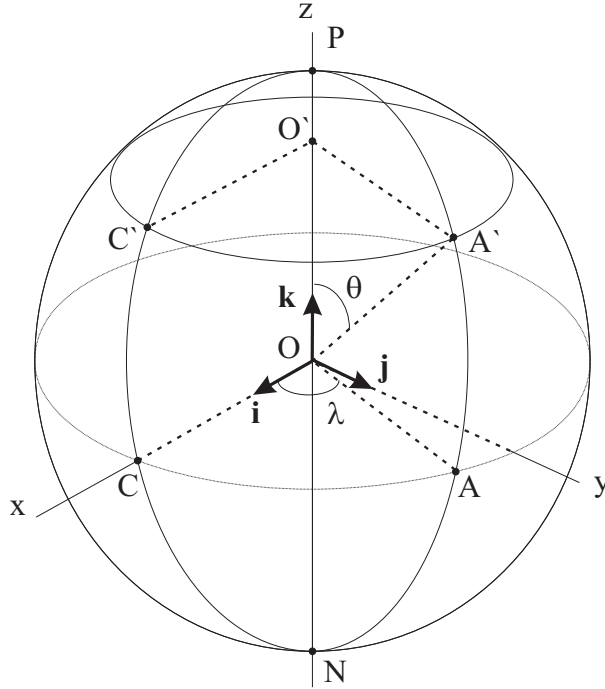


Рис. 2.3: Определение сферических координат точки

Система уравнений (2.2) представляет преобразование между сферической и декартовой системами координат. Следовательно, функции (f_1, f_2, f_3) равны:

$$\begin{aligned} f_1 &\equiv r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ f_2 &\equiv \theta = \arctan \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \\ f_3 &\equiv \lambda = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x}, & 0 \leq \lambda < \frac{\pi}{2}, \quad x > 0, y \geq 0 \\ \pi + \arctan \frac{y}{x}, & \frac{\pi}{2} \leq \lambda < \frac{3\pi}{2}, \quad x \leq 0 \\ 2\pi + \arctan \frac{y}{x}, & \frac{3\pi}{2} \leq \lambda < 2\pi, \quad x \geq 0, y < 0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Вернемся к рис. 2.3. Через произвольно выбранные точки A и C проведем большой круг. Полюсы обозначим как P и N . Проведем теперь через полюсы и точку A большой круг (аналогично проведем большой круг через точку C). Обозначим через θ центральный угол между направлением на точку P и направлением на произвольную точку A' , лежащую на сфере в плоскости большого круга PAN . Проведем через точку A' плоскость, параллельную большому кругу OAC . Полученная плоскость является малым кругом, и радиус окружности $O'A' = \rho$ равен, если $OA' = R$:

$$\rho = OA' \sin \theta = R \sin \theta. \quad (2.4)$$

Введем декартову систему координат: ось x направим вдоль радиуса OC , ось z — вдоль радиуса OP . Обозначим единичные векторы осей x и z как $\vec{i}$ и $\vec{k}$, соответственно. Направление оси y зададим единичным вектором $\vec{j}$ согласно уравнению:

$$\vec{j} = \vec{k} \times \vec{i}. \quad (2.5)$$

Векторное произведение (2.5) векторов $\vec{k}$ и $\vec{i}$ определяет правую декартову систему координат $Oxyz$. Обозначим через λ двугранный угол между плоскостями PCN и PAN . Числа R , θ , λ называются сферическими координатами точки A' . При $R = 1$ достаточно знать две координаты θ , λ для определения положения точки на сфере. В следующей главе будут определены различные системы сферических координат. В каждой из них координаты θ , λ имеют разные названия и могут обозначаться другими буквами.

Пусть точка C' лежит на сфере и является точкой пересечения большого круга PCN и малого круга $A'O'C'$ (рис. 2.3). Найдем длину дуги $\cap A'C'$. Так как центральный угол $A'O'C'$ равен λ , то

$$\cap A'C' = O'A' \cdot \lambda = R \lambda \sin \theta. \quad (2.6)$$

Рассмотрим более подробно вопрос преобразования координат вектора в криволинейных координатах. В криволинейной системе координат в отличие от декартовой возможны два способа выбора базисной тройки векторов:

1. базисные векторы являются касательными в точке (x_0, y_0, z_0) к кривым $f_1(x_0, y = \text{const}, z = \text{const})$, $f_2(x = \text{const}, y_0, z = \text{const})$, $f_3(x = \text{const}, y = \text{const}, z_0)$; обозначим их как $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ (аналог задания осей в декартовой системе координат);
2. базисные векторы перпендикулярны в точке (x_0, y_0, z_0) к поверхностям, задаваемым функциями (f_1, f_2, f_3) , т. е. $f_1(x_0, y_0, z_0) = \text{const}$, $f_2(x_0, y_0, z_0) = \text{const}$, $f_3(x_0, y_0, z_0) = \text{const}$; обозначим их как $\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2, \mathbf{e}^3$ (задание *взаимных* предыдущему случаю осей; взаимные оси определяются соотношением $\mathbf{e}_i \mathbf{e}^k = \delta_i^k$, т. е. векторы $\mathbf{e}^i$ ортогональны к подпространствам, образуемым соответствующими двумя векторами $\mathbf{e}_i$, и их длины к тому же определенным образом нормированы [3]).

Еще одним отличием от декартовой системы является то, что направление, а также длина базисных векторов может различаться в разных точках пространства.

В случае сферических координат поверхность, задаваемая уравнением $f_1 = \text{const}$, есть сфера радиуса r , уравнение $f_2 = \theta = \text{const}$ определяет малый круг (при зафиксированном значении f_1), а $f_3 = \lambda = \text{const}$ — плоскость меридиана. Пересечения этих поверхностей со сферой являются окружностями. Так как кривые $f_1(x_0, y = \text{const}, z = \text{const})$, $f_2(x = \text{const}, y_0, z = \text{const})$, $f_3(x = \text{const}, y = \text{const}, z_0)$ также являются окружностями, то в случае сферических координат обе базисные тройки совпадают. В общем случае (косоугольная система) это не так.

Два выбора базисных троек дают возможность найти проекции вектора $\vec{a}$ как на оси $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$, так и на оси $\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2, \mathbf{e}^3$:

$$\vec{a} = a_1 \mathbf{e}^1 + a_2 \mathbf{e}^2 + a_3 \mathbf{e}^3 = a^1 \mathbf{e}_1 + a^2 \mathbf{e}_2 + a^3 \mathbf{e}_3. \quad (2.7)$$

Используя предложенное Эйнштейном правило суммирования, согласно которому в выражении суммирование выполняется по паре повторяющихся индексов (знак суммы при этом опускается), разложение вектора по базисным тройкам записывается в виде:

$$\vec{a} = a_i \mathbf{e}^i, \quad \vec{a} = a^k \mathbf{e}_k, \quad (2.8)$$

индексы суммирования могут обозначаться любыми буквами.

Числа a^1, a^2, a^3 называются *контравариантными* (параллельные проекции вектора на координатные оси), а a_1, a_2, a_3 — *ковариантными* (параллельные проекции вектора на взаимные оси, измеренные в единицах масштаба, соответствующих этим осям) проекциями вектора $\vec{a}$.

Для базисных векторов $\mathbf{e}_i, \mathbf{e}^k$ справедливы, как уже указывалось выше, соотношения:

$$\mathbf{e}_i \mathbf{e}^k = \delta_i^k = \begin{cases} 1, & \text{если } i = k \\ 0, & \text{если } i \neq k \end{cases}. \quad (2.9)$$

Символ δ_i^k называется *символом Кронекера*.

Скалярное произведение в криволинейных координатах записывается в виде

$$\vec{a} \vec{b} = (a^i \mathbf{e}_i)(b_j \mathbf{e}^j) = (a^i b_j) \mathbf{e}_i \mathbf{e}^j = (a^i b_j) \delta_i^j = a^i b_i. \quad (2.10)$$

Скалярное произведение можно вычислить, если известны ковариантные проекции вектора $\vec{a}$ и контравариантные проекции вектора $\vec{b}$, при этом $\vec{a} \vec{b} = a^i b_i = a_i b^i$.

Для того, чтобы получить явное выражение ковариантных и контравариантных координат вектора, умножим скалярно первое из уравнений (2.8) на $\mathbf{e}_j$, а второе — на $\mathbf{e}^i$. Учитывая определение (2.9), найдем:

$$\begin{aligned}\vec{a} \mathbf{e}_j &= a_i (\mathbf{e}^i \mathbf{e}_j) = a_i \delta_j^i = a_j \\ \vec{a} \mathbf{e}^i &= a^j (\mathbf{e}_j \mathbf{e}^i) = a^j \delta_j^i = a^i.\end{aligned}\quad (2.11)$$

Значит,

$$a_i = \vec{a} \mathbf{e}_i, \quad a^i = \vec{a} \mathbf{e}^i. \quad (2.12)$$

Используя формулы (2.12), перепишем (2.8) в виде:

$$\vec{a} = (\vec{a} \mathbf{e}_i) \mathbf{e}^i, \quad \vec{a} = (\vec{a} \mathbf{e}^i) \mathbf{e}_i. \quad (2.13)$$

Соотношения справедливы для любого вектора $\vec{a}$. Если вместо $\vec{a}$ в (2.13) подставить базисные векторы, то получим:

$$\mathbf{e}_k = (\mathbf{e}_k \mathbf{e}_i) \mathbf{e}^i, \quad \mathbf{e}^k = (\mathbf{e}^k \mathbf{e}^i) \mathbf{e}_i. \quad (2.14)$$

Вводя обозначения

$$g_{ki} = (\mathbf{e}_k \mathbf{e}_i), \quad g^{ki} = (\mathbf{e}^k \mathbf{e}^i), \quad (2.15)$$

перепишем соотношения (2.14) таким образом:

$$\mathbf{e}_k = g_{ki} \mathbf{e}^i, \quad \mathbf{e}^k = g^{ki} \mathbf{e}_i. \quad (2.16)$$

Для построения базисной тройки $\mathbf{e}_k$ по векторам $\mathbf{e}^i$ необходимо знать матрицу с элементами $[g_{ki}]$; и, наоборот, для построения базиса $\mathbf{e}^k$ по базису $\mathbf{e}_i$ — матрицу с элементами $[g^{ki}]$. Эти матрицы взаимно обратны, т. е.

$$g^{ki} g_{ij} = \delta_j^k = \begin{cases} 1, & \text{если } j = k \\ 0, & \text{если } j \neq k \end{cases}. \quad (2.17)$$

Величины g^{ki} и g_{ij} называются компонентами *дважды контравариантного и ковариантного метрического тензора*, соответственно.

Что представляет собой тензор в математике? Как мы видели, задание базисной тройки определяет систему координат, в которой можно найти координаты произвольных векторов, т. е. их проекции на базисные векторы. Но так как при переходе в другую точку пространства направление и величина базисных векторов может меняться, то необходимо решить задачу о преобразовании проекций произвольных векторов из одной базисной тройки в другую. Эта задача решается методами тензорного анализа. Тензоры представляют собой систему величин, преобразующихся по линейному закону при переходе от одной системы координат к другой. Соотношения, записанные в тензорной форме, сохраняют свою форму в любой координатной системе.

Найдем теперь расстояние dr между двумя бесконечно близкими точками пространства. Декартовы координаты вектора $d\vec{r}$ равны dx, dy, dz . Для этого, считая x, y, z в формулах (2.2) функциями переменных r, θ, λ найдем дифференциалы dx, dy, dz . По правилу вычисления дифференциалов функций многих переменных, сначала фиксируем переменные θ, λ и находим изменение функции (частную производную $\partial/\partial r$) в зависимости от приращения dr , затем фиксируем переменные r и λ и находим изменение функции в зависимости от приращения $d\theta$, и наконец при постоянных r и θ находим частную производную $\partial/\partial \lambda$. В результате получим:

$$\begin{aligned}dx &= \frac{\partial x}{\partial r} dr + \frac{\partial x}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial x}{\partial \lambda} d\lambda, \\ dy &= \frac{\partial y}{\partial r} dr + \frac{\partial y}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial y}{\partial \lambda} d\lambda, \\ dz &= \frac{\partial z}{\partial r} dr + \frac{\partial z}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial z}{\partial \lambda} d\lambda.\end{aligned}\quad (2.18)$$

По определению частные производные $\partial x/\partial r, \partial x/\partial \theta$ и др. являются касательными к функциям x, y, z , т. е. представляют собой компоненты базисных векторов $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ вдоль направлений r, θ, λ :

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} \partial x/\partial r \\ \partial y/\partial r \\ \partial z/\partial r \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} \partial x/\partial \theta \\ \partial y/\partial \theta \\ \partial z/\partial \theta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} \partial x/\partial \lambda \\ \partial y/\partial \lambda \\ \partial z/\partial \lambda \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Это означает, что приращения dr , $d\theta$, $d\lambda$ являются *контравариантными* проекциями вектора $d\vec{\mathbf{r}}$ в сферических координатах; уравнения (2.18), поэтому, представляют преобразование *контравариантного* вектора.

Следовательно, *дифференциал функции является контравариантным вектором*. Переобозначив бесконечно малые приращения как $dx^1 \equiv dx$, $dx^2 \equiv dy$, $dx^3 \equiv dz$, найдем квадрат расстояния ds^2 между двумя бесконечно близкими точками, который равняется в декартовой системе координат

$$ds^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2. \quad (2.20)$$

В более общем виде с учетом правила суммирования выражение для квадрата расстояния между двумя точками пространства записывается в виде:

$$ds^2 = d\vec{\mathbf{r}}^2 = dx^i dx^k (\mathbf{e}_i \mathbf{e}_k) = g_{ik} dx^i dx^k, \quad (2.21)$$

где $\hat{g}$ — метрический тензор. Закон вычисления расстояния (2.21) называется *метрикой пространства*.

Выбор той или иной системы координат дает возможность определить положение тела в пространстве и упростить уравнения движения тела, но не определяет свойства самого пространства. *Задание метрики совместно с определением системы координат полностью описывает пространство*. Это означает, что, зная метрический тензор, можно вычислить расстояние между двумя точками. В случае *евклидова пространства*, которое называется *плоским*, расстояние находится по формуле (2.20) и метрический тензор равен

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

В случае плоского пространства метрический тензор $\hat{g}$ является диагональным и симметричным: $g_{ik} = g_{ki}$. В общем случае тензор $\hat{g}$ может иметь недиагональные элементы, которые зависят от координат, но тензор $\hat{g}$ всегда является симметричным, так как величины определяются из симметричной формы (2.21).

Если пространство не является плоским, то для вычисления расстояний уже нельзя использовать закон Пифагора (2.20). В частности, при вычислениях на сфере (в кривом пространстве) длина дуги между двумя точками не равна длине хорды (расстоянию в плоском пространстве).

Квадрат элемента длины в сферической системе координат легко найти, вычислив частные производные $\partial x/\partial r$, $\partial x/\partial \theta$ и т. д. и подставив их в (2.20). Используя уравнения (2.2), находим, что $\partial x/\partial r = \sin \theta \cos \lambda$, $\partial x/\partial \theta = r \cos \theta \cos \lambda$ и т. д. В результате после приведения подобных членов получим, что

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\lambda^2. \quad (2.23)$$

Метрический тензор, следовательно, равен

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Тензор не содержит недиагональных членов. Это говорит о том, что *сферические координаты ортогональны*: сфера с радиусом $r = \text{const}$, конус с углом $\theta = \text{const}$ и меридиональная плоскость $\lambda = \text{const}$ пересекаются под прямыми углами друг к другу.

Таким образом, свойства геометрии в криволинейной системе координат определяются компонентами g_{ik} метрического тензора. В четырехмерном пространстве-времени имеется, следовательно, 16 компонент тензора, из них только 10 различны из-за симметричности тензора (четыре с одинаковыми индексами и $12/2 = 6$ с различными индексами).

2.3 Основные формулы сферической геометрии

Рассмотрим сферический треугольник ABC на небесной сфере, причем точка A является полюсом, а точка B лежит в плоскости Oxz (рис. 2.4).

Декартовы координаты единичных векторов $\vec{\mathbf{r}}_A$, $\vec{\mathbf{r}}_B$, $\vec{\mathbf{r}}_C$ определяются согласно (2.2) при $|\vec{\mathbf{r}}| = 1$:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{r}}_A &= (0, 0, 1), \\ \vec{\mathbf{r}}_B &= (\sin c, 0, \cos c), \\ \vec{\mathbf{r}}_C &= (\sin b \cos A, \sin b \sin A, \cos b). \end{aligned} \quad (2.25)$$

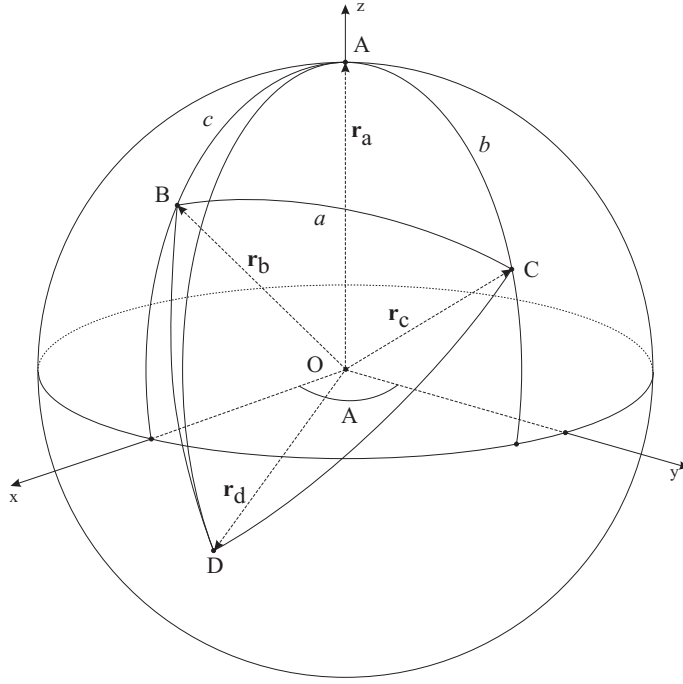


Рис. 2.4: К выводу формул синусов и косинусов

По определению скалярного произведения имеем $\vec{r}_B \cdot \vec{r}_C = \cos a$. Это же произведение в декартовых координатах имеет вид:

$$\vec{r}_B \cdot \vec{r}_C = \sin c \sin b \cos A + \cos c \cos b. \quad (2.26)$$

Перепишем эти формулы в следующем виде:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \quad (2.27)$$

Мы доказали теорему: «**Косинус стороны сферического треугольника равен произведению косинусов двух других его сторон плюс произведение синусов этих сторон на косинус угла между ними**». Обычно соотношение (2.27) называют *формулой косинусов*. С помощью циклической перестановки можно написать формулы косинусов для двух других сторон:

$$\begin{aligned} \cos b &= \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B, \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Теперь вычислим векторное произведение $\vec{r}_C \times \vec{r}_B$. Согласно определению векторного произведения получим:

$$|\vec{r}_C \times \vec{r}_B| = \sin a. \quad (2.29)$$

Допустим, что вектор $\vec{r}_C \times \vec{r}_B$ направлен в точку D (рис. 2.4), то есть

$$\vec{r}_C \times \vec{r}_B = \vec{r}_D \sin a, \quad (2.30)$$

$\vec{r}_D$ — единичный вектор. Используя представление векторного произведения через координаты, запишем левую часть (2.30) в виде:

$$\begin{aligned} \vec{r}_C \times \vec{r}_B &= \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \sin b \cos A & \sin b \sin A & \cos b \\ \sin c & 0 & \cos c \end{pmatrix} = \\ &= (\sin b \sin A \cos c) \vec{i} + (\cos b \sin c - \sin b \cos A \cos c) \vec{j} + (-\sin b \sin c \sin A) \vec{k}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Правую часть (2.30) в силу того, что любой вектор в евклидовом трехмерном пространстве может быть представлен как $\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}$, можно записать в виде:

$$\vec{r}_D \sin a = (\sin AD \cos BAD \vec{i} + \sin AD \sin BAD \vec{j} + \cos AD \vec{k}) \sin a. \quad (2.32)$$

В $\triangle BAD$ сторона $BD = 90^\circ$, и плоскость $OBD \perp$ плоскости OBC ($\angle DBC = 90^\circ$). Поэтому $\angle ABD = 90^\circ + B$. По формуле косинусов имеем

$$\cos AD = \cos 90^\circ \cos c + \sin 90^\circ \sin c \cos(90^\circ + B) \quad (2.33)$$

или

$$\cos AD = -\sin c \sin B. \quad (2.34)$$

Приравнявая z-компоненты в формулах (2.31) и (2.32), получим:

$$-\sin b \sin c \sin A = -\sin a \sin c \sin B \quad (2.35)$$

или

$$\frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin a}{\sin A}. \quad (2.36)$$

По аналогии из $\triangle CAD$ получим:

$$\cos AD = -\sin b \sin C, \quad (2.37)$$

что приводит к выражению:

$$-\sin b \sin c \sin A = -\sin a \sin b \sin C. \quad (2.38)$$

В результате мы можем записать, что

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}. \quad (2.39)$$

Эти соотношения известны как *формулы синусов*. Сформулируем полученный результат как теорему: **«В сферическом треугольнике отношение синуса стороны к синусу противолежащего угла есть величина постоянная».**

Для вывода следующей группы соотношений между сторонами и углами сферического треугольника запишем формулу синусов для $\triangle ABD$:

$$\frac{\sin AD}{\sin(90^\circ + B)} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin BAD}, \quad (2.40)$$

или: $\cos B = \sin AD \sin BAD$. Сравнивая y-компоненты в уравнениях (2.31) и (2.32), получим:

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A. \quad (2.41)$$

Сформулируем следующую теорему: **«Произведение синуса стороны сферического треугольника на косинус прилежащего угла равно произведению косинуса противолежащего углу стороны на синус третьей стороны минус произведение синуса на косинус этих же сторон, умноженное на косинус угла между ними».**

Используя циклическую перестановку сторон и углов, можно получить следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \sin a \cos B &= \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\ \sin a \cos C &= \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A \\ \sin b \cos A &= \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B \\ \sin b \cos C &= \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B \\ \sin c \cos A &= \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C \\ \sin c \cos B &= \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Формулы (2.41) и (2.42) известны как *формулы пяти элементов* или *формулы подобия*.

На основе формул синусов, косинусов и формул подобия можно получить ряд других уравнений, связывающих углы и стороны сферического треугольника. С выводом этих уравнений можно ознакомиться в соответствующих учебниках. Так как в астрономии наиболее часто используются формулы синусов, косинусов и подобия, на выводе других уравнений мы не будем останавливаться.

Для усвоения основных формул сферической тригонометрии рассмотрим решение следующих задач.

Задача 1. Вычислить кратчайшее расстояние между точками A и B на поверхности Земли, координаты которых равны φ_1, λ_1 и φ_2, λ_2 , соответственно. Землю считать сферой радиуса R .

Решение. Так как кратчайшим расстоянием на сфере является дуга окружности большого круга, используем для решения задачи формулу косинусов. Рассмотрим сферический треугольник с вершинами A, B, C , в котором точка C является северным полюсом. Тогда $\cap AC$ равна $\frac{\pi}{2} - \varphi_1$, $\cap BC$ равна $\frac{\pi}{2} - \varphi_2$, двугранный угол $ACB = \lambda_2 - \lambda_1$ (будем считать, что $\lambda_2 > \lambda_1$). Если $\lambda_2 = \lambda_1$, то, очевидно, расстояние в угловой мере равно $|\varphi_1 - \varphi_2|$, в линейной мере $R|\varphi_1 - \varphi_2|$ (φ_1, φ_2 выражены в радианах).

Согласно формулы косинусов получим: $\cos AB = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)$.

В линейной мере расстояние между двумя точками равно $R \arccos \cos AB$.

При вычислениях на небесной сфере заранее, как правило, неизвестно, какой может быть длина дуги. Поэтому, обязательно одновременно с использованием формулы косинусов необходимо находить синус дуги (или угла). В этом случае величины синуса и косинуса однозначно определяют величину дуги (угла).

Задача 2. Вычислить координаты φ, λ самой северной точки дуги большого круга, проходящего через точки A, B на поверхности Земли с координатами φ_1, λ_1 и φ_2, λ_2 , соответственно.

Решение. Рассмотрим сферический треугольник ABC , в котором точка C является северным полюсом. Определим северный полюс как точку, с которой вращение происходит против часовой стрелки.

Обозначим самую северную точку дуги большого круга, проходящего через точки A, B , через D . Проведем через точку D плоскость, перпендикулярную оси, соединяющей полюсы. Такая плоскость пересечет сферу по окружности, называемой параллелью. Очевидно, что $\cap AB$ большого круга касается в точке D параллели, и, следовательно, меридиан CD пересекает $\cap AB$ под прямым углом. Значит $\angle CDA, \angle CDB$ равны 90° , $\cap AC$ и $\cap BC$ равны $\frac{\pi}{2} - \varphi_1, \frac{\pi}{2} - \varphi_2$ соответственно, и по формуле синусов для $\triangle CAD$ получим:

$$\frac{\sin CD}{\sin \angle CAD} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \varphi_1}{\sin \angle CDA}, \quad (2.43)$$

или $\sin CD = \cos \varphi_1 \sin \angle CAD$.

По формуле синусов для $\triangle ABC$ найдем:

$$\frac{\sin \angle CAD}{\sin \frac{\pi}{2} - \varphi_2} = \frac{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{\sin AB}. \quad (2.44)$$

Так как длина $\cap CD$ равна $\frac{\pi}{2} - \varphi$ и $\sin \angle CAD = \sin \angle CAB$, то получим:

$$\cos \varphi = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \frac{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{\sin AB}. \quad (2.45)$$

Синус $\cap AB$ легко вычислить, используя решение предыдущей задачи.

Как известно, $\sin AB = \pm \sqrt{1 - \cos^2 AB}$. Нужный знак выбирается из условия $\cos \varphi > 0$, так как требуется найти самую северную точку дуги большого круга.

Долготу точки D найдем из следующих соображений. Используя формулу подобия для прямоугольного $\triangle CAD$, получим:

$$\sin AD \cos \angle CDA = \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi_1) \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) - \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi_1) \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi) \cos(\lambda - \lambda_1) \quad (2.46)$$

или:

$$\cos(\lambda - \lambda_1) = \tan \varphi_1 \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2.47)$$

Определение долготы становится невозможным в двух случаях: если точки A и B лежат на экваторе (в этом случае $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$; $\sin AB = \sin(\lambda_2 - \lambda_1)$; из (2.45) следует, что $\varphi = 0$; значит $\cos(\lambda - \lambda_1) = 0 \cdot \infty$) и если точки A и B лежат на одном меридиане (в этом случае $\lambda_1 = \lambda_2$ или $\lambda_1 = \lambda_2 + \pi$ и $\varphi = \frac{\pi}{2}$, т. е. дуга проходит через полюс).

Глава 3

Системы астрономических координат, взаимосвязь между ними. Практическое использование

3.1 Принципы создания сферических ортогональных систем координат

В астрономии используется несколько систем сферических ортогональных координат, позволяющих однозначно установить направление на источник или зафиксировать угол прихода сигнала от космического объекта относительно двух избранных взаимно перпендикулярных плоскостей. На небесной сфере такие плоскости отображаются дугами больших кругов. *Одна из избранных плоскостей всегда содержит направление на исследуемый объект.* Эта плоскость, оставаясь ортогональной к основной плоскости (кругу) системы координат, индивидуально ориентирована по отношению к основному кругу для каждого конкретного объекта.

Для решения этой задачи на сфере берут два взаимно перпендикулярных больших круга, один из которых называется *основным (главным)*, а другой — *начальным кругом* системы. Одна из точек пересечения основного и начального кругов называется *начальной точкой* системы. Из сферической тригонометрии известно, что геометрическим полюсом большого круга называется точка на сфере, отстоящая от всех точек этого большого круга на сферическом расстоянии, равном 90° . Положение большого круга будет, очевидно, вполне определено, если известно положение его полюса. В астрономии употребляется несколько систем сферических координат, отличающихся друг от друга выбором основного и начального кругов. Кроме того различные системы сферических координат характеризуются выбором начальной точки и направлением счета координат.

Каждая из систем координат связана с выбором главных направлений и плоскостей, связанных с Землей. Так, в *горизонтальной системе* главным ориентирующим направлением является *отвесная линия в пункте наблюдения*, а главной плоскостью — *плоскость горизонта*, ей перпендикулярная. Полюсом горизонта на небесной сфере является точка зенита (Z).

В *экваториальной системе координат* главным направлением является *пространственная ориентация земной оси относительно звезд* и перпендикулярная к этому направлению *плоскость небесного экватора*. Полюсом этого круга на небесной сфере является полюс мира (P). В нашу эпоху он находится вблизи звезды $\alpha U Mi$ (Полярной).

В *эклиптической системе* главным направлением в пространстве является *перпендикуляр к плоскости земной орбиты*, который на небесной сфере определяет положение *полюса эклиптики*. Главной плоскостью при этом является *плоскость эклиптики*, в которой расположена земная орбита.

Все применяемые системы координат, как видно, непосредственно связаны с Землей и ее движениями. В свою очередь движения Земли по-разному сказываются на координатах небесных объектов в той или иной системе используемых координат.

Центр небесной сферы и, следовательно, начало систем координат может быть расположено в любой точке пространства. В зависимости от выбора начала различают следующие системы координат:

- *топоцентрические* — с началом в точке наблюдения;
- *геоцентрические* — в центре масс Земли;
- *гелиоцентрические* — в центре Солнца;

- В настоящее время, в результате выполнения высокоточных определений координат большого числа звезд нашей Галактики и ряда внегалактических объектов с помощью космических телескопов появляются условия для создания «неподвижной» системы координат, что достигается путем привязки земной системы координат к квазарам. Теперь на совершенно ином уровне точности можно будет не только определять положения объектов Вселенной, но и более точно изучать те изменения координат, которые получают методами наземной астрономии с движущейся Земли. Несомненно, при этом, что и сами параметры сложного движения Земли и в целом системы «Земля—Луна» можно будет изучать с более высокой точностью.

Одной из простейших систем координат, описывающих положение светил на небесной сфере относительно фактически ощущаемых наблюдателем плоскостей и направлений (горизонт, отвесная линия, небесный меридиан, линия NS), является горизонтальная система координат. Какие бы системы координат не применялись (даже в будущем) горизонтальная система останется важнейшей для человечества. Ведь только посредством этой системы мы определяем реальные условия наблюдения той или иной части Вселенной и конкретного светила относительно двух движущихся в пространстве плоскостей — горизонта и меридиана места наблюдения.

Плоскость небесного меридиана в горизонтальной системе координат может быть определена без знания положения полюса мира, как плоскость, в которой происходит явление кульминации светил.

The diagram shows a sphere with center \$O\$. A vertical axis passes through \$Z\$ at the top and \$Z'\$ at the bottom. A horizontal axis passes through \$N\$ on the left and \$S\$ on the right. Several other points are marked on the sphere's surface: \$P\$ and \$M\$ in the upper hemisphere, \$Q\$ and \$K\$ on the right side, \$W\$ in the lower hemisphere, and \$Q'\$ on the left side. Two main curves are depicted: one solid curve passing through \$M\$, \$E\$, and \$Q\$, and another dashed curve passing through \$M'\$, \$E\$, and \$Q\$. An arrow labeled \$\sigma\$ originates from point \$E\$ and points towards \$M\$. Other lines connect \$O\$ to various points like \$P\$, \$Z\$, \$M\$, \$Q\$, \$K\$, \$W\$, and \$N\$.

На этом рисунке для пункта наблюдения с известной широтой ($\angle NOP = \cap NP = \varphi$) показаны горизонт, небесный меридиан, небесный экватор и суточная параллель светила, которое в фиксированный момент времени уже прошло верхнюю кульминацию.

Положение светила относительно горизонта или зенита измеряется углами в плоскости вертикала: *зенитным расстоянием*, это $z = \angle ZO\sigma = \cap Z\sigma$, где $O\sigma$ — направление на светило, либо углом между плоскостью горизонта и $O\sigma$, который является *высотой светила* h .

Зенитное расстояние измеряется от 0 до 180° в направлении от зенита к надиру. Высоты отсчитываются от плоскости горизонта, соответственно от 0 до $+90^\circ$ к зениту и от 0 до -90° к надиру.

30

Азимут, таким образом, является двугранный угол между этими плоскостями или большими кругами небесной сферы (вертикалом и меридианом), который можно измерить дугой горизонта SK . И так, $\angle SOK = \cap SK = A$ — азимут данного светила.

Астрономические азимуты отсчитываются от южной стороны небесного меридиана или точки юга (S) и возрастают в направлении их видимого суточного движения (к западу) от 0 до 360° . В момент верхней кульминации светил, *наблюдаемых к югу от зенита*, их астрономические азимуты равны нулю ($A = 0^\circ$).

Солнце проходит меридиан над точкой юга в момент истинного полудня и находится тогда на максимальной в данную дату высоте.

В этой системе отсчета азимутов точка запада имеет $A = 90^\circ$, точка севера — $A = 180^\circ$, а точка востока — $A = 270^\circ$.

Однако для восточной полусферы (там светила наблюдаются до верхней кульминации) часто применяются отрицательные азимуты: их измеряют от 0 до -180° в направлении от точки юга к востоку ($A_E = -90^\circ$).

Горизонтальную систему координат воспроизводят такие угломерные инструменты, как теодолит и универсал. Эта система координат очень удобна при ориентировании на местности в пункте наблюдения, поиске нужных объектов (в особенности слабых) при их наблюдении и измерении координат (z, A), которые в свою очередь, используются при решении ряда астрономо-геодезических задач. При этом берутся отсчеты горизонтального (ГК) и вертикального кругов (ВК) инструмента в тот момент, когда звезда находится на перекрестии сетки нитей. Как вам должно быть известно, во всех геодезических инструментах деления на ГК возрастают по часовой стрелке, т. е. в направлении видимого суточного движения светил.

3.3 Экваториальные системы координат

Какие две взаимно перпендикулярные плоскости используются в этом случае при определении положения светила? $O\sigma$ — по-прежнему направление на светило. Главным ориентирующим направлением здесь является *направление на полюс мира*, а основной плоскостью — *небесный экватор*.

3.3.1 Первая экваториальная система координат

Возьмем направления на полюс мира и светило из пункта наблюдения, они образуют плоскость, которая с воображаемой небесной сферой пересекается по большому кругу, проходящему через полюс мира и светило. Его называют *кругом склонения*. OR — линия пересечения этой плоскости с небесным экватором (см. 3.2). От экватора (QRQ') в направлении к северному полюсу отсчитывают склонения (δ) со знаком плюс (от 0 до $+90^\circ$), и, соответственно, к южному полюсу со знаком минус (от 0 до -90°).

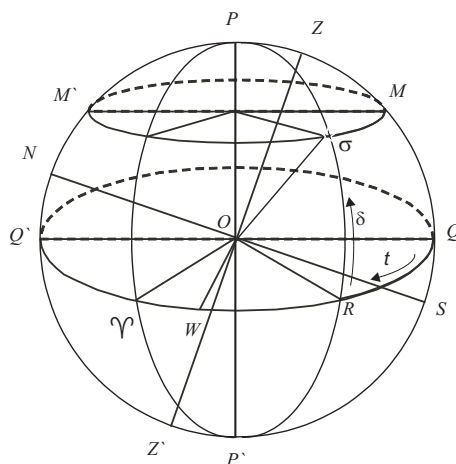


Рис. 3.2: Первая экваториальная система координат: $\cap R\sigma = \delta$, $\cap QR = t$

Итак, $\angle RO\sigma = \cap R\sigma = \delta$ — склонение светила ($\delta > 0$). Для звезд, близких к полюсу, часто используют полярное расстояние: $p = (90^\circ - \delta) = \angle PO\sigma = \cap P\sigma$.

Склонения звезд очень медленно изменяются со временем, и они однозначно характеризуют угловое расстояние светил относительно экватора. Суточные пути звезд параллельны небесному экватору.

В первой экваториальной системе положение данного круга склонения определяют относительно плоскости небесного меридиана ($PZQSP'$), разделяющего небесную сферу на восточное и западное полушарие. На рисунке к наблюдателю обращено западное полушарие, таким образом, в момент наблюдения данного

светила его круг склонения ($P\sigma RP'$) расположен к западу от меридиана, а светило к этому времени уже прошло свою верхнюю кульминацию (точка M).

Второй координатой является *часовой угол светила*, который измеряется двугранным углом, образованным плоскостью круга склонения светила и плоскостью небесного меридиана. Ему соответствует угол в плоскости экватора $\angle QOR = \cap QR = t$ — часовой угол светила, который определяет угол поворота круга склонения светила относительно плоскости небесного меридиана. Система координат (t, δ) , задаваемая часовым углом и склонением, является левой.

При суточном движении часовые углы светил *равномерно* изменяются во времени в соответствии с угловой скоростью вращения Земли. Это свойство часовых углов и используется при определении времени. В момент верхней кульминации светил их часовой угол $t = 0^h(0^\circ)$. В течение суток часовые углы светил изменяются от 0 до 360° .

По численному значению часового угла, выраженному в градусах, можно узнать промежуток времени, протекший с момента верхней кульминации данного светила: 15° соответствует 1 часу, 1° — 4 минутам, $15'$ — одной минуте времени и т. д.

Если, например, $t = 52^\circ$, то свою BK звезда прошла 3^h28^m тому назад. В момент HK светил их часовой угол $t = 12^h00^m$. *Склонение и часовой угол являются координатами первой экваториальной системы.*

3.3.2 Вторая экваториальная система координат

При составлении звездных карт, атласов, при записи информации о положениях светил в звездные каталоги и ежегодники, необходима такая система отсчета координат, в которой обе координаты не только сохраняют свои значения на длительном интервале времени, но и практически не зависят от суточного движения Земли. Склонение светила, как мы только что отметили, удовлетворяет этому условию.

Получение второй координаты, удовлетворяющей данному условию, удалось достигнуть путем отнесения положений кругов склонения светил к такому кругу или плоскости, которая вместе со всеми светилами участвует в видимом суточном движении.

На вращающейся Земле подобную роль играет начальный (гринвичский) меридиан.

За *начальный круг склонения* во второй экваториальной системе принят круг, проходящий через важную точку небесного экватора, которую центр солнечного диска пересекает в день весеннего равноденствия (≈ 21 марта), ею является точка весеннего равноденствия. В АЕ на каждый год можно узнать точный момент прохождения центра диска Солнца через эту точку неба, которая лежит на продолжении линии пересечения плоскостей земной орбиты и земного экватора. В 2003 г. это произошло 21 марта в момент $0^h59.7^m$ всемирного времени. Линия равноденствий — важный пространственный ориентир. Выбор этой точки позволил реализовать связь явлений суточного и годичного движений Земли.

Таким образом, точка весеннего равноденствия является нуль-пунктом отсчета кругов склонения всех небесных объектов.

До 1998 г. эта точка определялась в момент пересечения центром Солнца небесного экватора, когда Солнце движется из южного полушария в северное. Это происходит примерно 21 марта каждого года, и точка называется точкой весеннего равноденствия. Противоположная точка на экваторе называется точкой осеннего равноденствия. Эту точку Солнце проходит примерно 23 сентября.

Видимое движение Солнца есть не что иное, как отражение движения Земли вокруг Солнца. Плоскость земной орбиты назовем плоскостью эклиптики, которая определяет эклиптическую систему координат. Поэтому, согласно определению, принятому до 1998 г., точки весеннего и осеннего равноденствий лежали на линии пересечения небесного экватора и эклиптики. Так как координаты Земли и Солнца находятся на основе решения уравнений динамики, то плоскость эклиптики определяется на основе динамического метода. Точки весеннего и осеннего равноденствий, определяемые пересечением экватора и эклиптики, называются динамическими, а сам момент пересечения центром Солнца динамической точки весеннего равноденствия — *динамическим равноденствием*.

С 1998 г. Международным астрономическим союзом (МАС) в качестве реализации небесной системы координат принят каталог внегалактических радиоисточников. МАС рекомендует, чтобы начало прямых восхождений новой небесной системы координат было близким к динамическому равноденствию J2000.0. Для этого начало системы отсчета прямых восхождений с 1998 г. по решению МАС было определено следующим образом. Из разных каталогов были выбраны 23 радиоисточника, среди которых был и квазар 3C273, и вычислены средние значения прямого восхождения каждого из них. Затем координаты источников были исправлены таким образом, чтобы прямое восхождение квазара 3C273 было согласовано со значением в системе фундаментального каталога FK5 ($\alpha = 12^h29^m6.6997^s$; J2000.0), т. е. разница между этим значением и средним прямым восхождением 3C273 была добавлена к прямым восхождениям остальных 22 источников. *При таком определении точка весеннего равноденствия уже не привязывается к эклиптике.*

В настоящее время точка весеннего равноденствия находится в созвездии Рыб, точка осеннего равноденствия — в созвездии Девы. Принятое обозначение точек — Υ и $\cap$ для весеннего и осеннего равноденствий, соответственно, относятся к знакам Овна и Весов. Причиной смещения точек весеннего и осеннего равноденствия является прецессия. В результате прецессии плоскость небесного экватора не сохраняет свое положение в пространстве, а полюсы мира описывают на небесной сфере окружность приблизительно за 26 000 лет. Примерно 4 500 лет назад северный полюс мира находился около звезды α Дракона (Тубан), которая была в то время полярной. Через 2 000 лет полярной будет звезда γ Цефея (Альран), а через 14 000 лет — Вега (созвездие Лиры).

Если при вычислении положения небесного экватора на определенный момент времени учитывается только явление прецессии (нутаия не принимается во внимание), то экватор называется *средним*. Международный астрономический союз рекомендует относить координаты звезд или радиоисточников к среднему экватору для выбранных моментов времени, так называемым *стандартным эпохам*. В настоящее время стандартной эпохой считается дата: январь 1.5 2000 г. Момент времени определяется для геоцентрической системы отсчета в шкале земного времени (Terrestrial Time, TT).

Дугранный угол между плоскостью круга склонения светила и плоскостью начального круга склонения точки весеннего равноденствия измеряет прямое восхождение светил (α), что показано на рис. 3.3.

Итак, $\angle \Upsilon O R = \cap \Upsilon R = \alpha$.

Экваториальные координаты точки Υ : $\alpha = 0^h(0^\circ)$, $\delta = 0^\circ$. Такими же являются в день весеннего равноденствия экваториальные координаты Солнца.

Прямые восхождения светил возрастают в направлении видимого годового движения Солнца к востоку, против хода часовой стрелки. Когда мы говорим о координатах звезд, то подразумеваем их экваториальные координаты второй системы (α , δ).

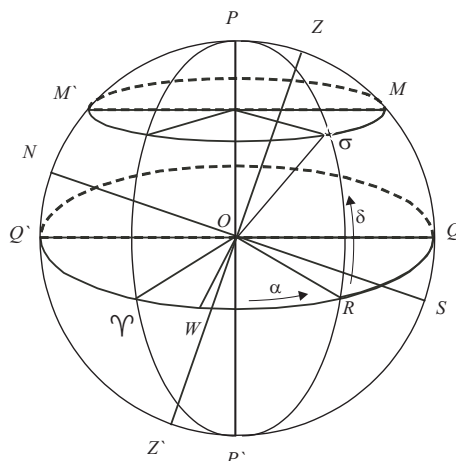


Рис. 3.3: Вторая экваториальная система координат: $\cap \Upsilon R = \alpha$, $\cap R \sigma = \delta$

Точка весеннего равноденствия, участвует в суточном движении, описывая небесный экватор. Естественно при этом изменяется ее положение относительно небесного меридиана, т. е. часовой угол этой точки (t_Υ). Но сколько бы ни прошло времени, часовые углы звезд и точки Υ изменяются на одну и ту же величину, поскольку при этом сохраняется положение круга склонения звезды относительно начального круга склонения, проходящего через Υ .

Обратимся к рис. 3.2 и рис. 3.3, где представлены параметры обеих систем экваториальных координат светила: (t , δ) и (α , δ), а также часовой угол точки весеннего равноденствия — $\angle Q O \Upsilon = \cap Q \Upsilon = t_\Upsilon$.

Точка весеннего равноденствия проходит в момент своей верхней кульминации южную точку экватора (т. Q), тогда ее часовой угол $t = 0^h(0^\circ)$. Непосредственно из наблюдений определить часовой угол этой точки невозможно. Однако в любой физический момент его можно представить как сумму прямого восхождения некоторой звезды ($\cap \Upsilon R = \alpha_*$) и ее часового угла ($\cap Q R = t_*$). Действительно, часовой угол точки весеннего равноденствия $\cap Q \Upsilon$ равен:

$$t_\Upsilon = \alpha_* + t_* = S. \quad (3.1)$$

Посредством формулы (3.1) связаны обе системы экваториальных координат. Это уравнение имеет очень важное практическое значение.

Часовой угол точки Υ называют *звездным временем*. Момент верхней кульминации точки Υ соответствует началу звездных суток на данном меридиане, тогда $S = 0^h 0^m$. Точка Υ в 6^h звездного времени проходит точку запада (W), а в 12^h находится в нижней кульминации.

В момент верхней кульминации звезды с известным прямым восхождением ее часовой угол $t = 0^h(0^\circ)$, тогда звездное время равно прямому восхождению этой звезды: $S_{BK} = \alpha_*$.

Более того, если нам известно местное звездное время в пункте наблюдения, то мы можем легко определить вид звездного неба и установить расположение звезд (с различными α) относительно меридиана. Поскольку прямые восхождения возрастают к востоку, то, например, в момент $S = 5^h$, звезды с большими α наблюдаются к востоку от плоскости меридиана, а с меньшими — к западу.

Прохождение звезд через меридиан используется для определения звездного времени и изучения колебания скорости суточного вращения Земли, а также при решении ряда астрономо-геодезических задач.

Базисную тройку векторов, определяющих экваториальную систему координат, обозначим как $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, причем вектор $\vec{k}$ направлен в северный полюс мира P_N и определяет ось Oz декартовой системы координат, вектор $\vec{i}$ направлен в точку весеннего равноденствия Υ и определяет ось Ox , а вектор $\vec{j}$ равен: $\vec{j} = \vec{k} \times \vec{i}$ и задает ось Oy , так что $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ составляют правую тройку векторов.

3.4 Взаимосвязь горизонтальной и экваториальной систем. Параллактический треугольник и его решение

Три больших круга небесной сферы или три важнейших плоскости: небесный меридиан, круг склонения и вертикал светила образуют на небесной сфере сферический треугольник, вершинами которого являются полюс мира, зенит, звезда.

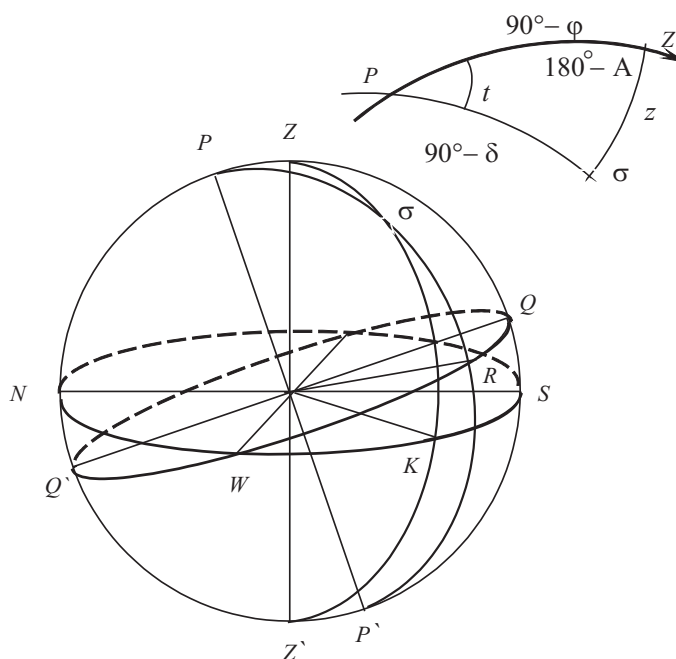


Рис. 3.4: Горизонтальная и экваториальная (δ, t) системы координат. Образование сферического треугольника «полюс-зенит-светило»

Этот треугольник называют *параллактическим*. Так называют также угол при светилах ($\angle P\sigma Z$) между направлениями на полюс и зенит. В параллактическом сферическом треугольнике стороны и углы выражаются посредством координат горизонтальной (z, A) и экваториальной (t, δ) систем. Стороны и углы этого треугольника представлены на рис. 3.4: дуга меридиана $\cap PZ = 90^\circ - \varphi$, дуга круга склонения $\cap P\sigma = 90^\circ - \delta$, дуга вертикала $\cap Z\sigma = z$. Угол при полюсе между небесным меридианом и кругом склонения измеряет часовой угол светила t , а внутренний угол при зените между меридианом и вертикалом равен $180^\circ - A$.

Параллактический треугольник непосредственно обеспечивает связь между горизонтальной и первой экваториальными системами, которые представляют две системы сферических координат, основные оси которых (направление на полюс и зенит) образуют угол $90^\circ - \varphi$. Таким же образом ориентированы между собой плоскости горизонта и небесного экватора. В этих системах часовые углы и азимуты отсчитываются от одной и той же плоскости — плоскости небесного меридиана (т. е. момента верхней кульминации светила).

Наиболее важной и типичной задачей при астрономических наблюдениях является определение горизонтальных координат светила в соответствующие моменты звездного времени в пункте с известной широтой. Математический аппарат сферической тригонометрии позволяет установить связи между координатами светила в этих системах.

Для установления взаимосвязей между координатами горизонтальной и экваториальной систем, нам следует теперь обратиться к элементам параллактического треугольника (рис. 3.5).

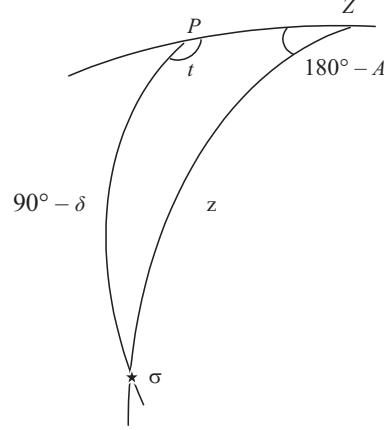


Рис. 3.5: Параллактический треугольник «Полюс-Зенит-Звезда» и его элементы

Математическую задачу такого вида называют задачей преобразования координат. При этом рассматривают два случая:

1. Переход от координат $(\alpha, \delta) \rightarrow (t, \delta) \rightarrow (z, A)$, если в пункте с известной широтой задан момент звездного времени. Такую задачу, как правило, приходится решать при выполнении всех астрономических наблюдений;
2. Переход от измеренных горизонтальных координат светила (z, A) в пункте с известной широтой и в соответствующий момент звездного времени к экваториальным координатам (α, δ) наблюдаемого светила, т. е. решить задачу перехода: $(z, A) \rightarrow (t, \delta) \rightarrow (\alpha, \delta)$.

Первое преобразование обычно называют *прямой задачей*, а второе — *обратной*.

Рассмотрим вначале решение **прямой задачи**. Итак, пусть некоторое светило задано посредством его координат (α, δ) . Поскольку задан момент звездного времени, то легко определить часовой угол этого светила t , воспользовавшись зависимостью $S \equiv t\gamma = \alpha_* + t_*$, $t_* = S - \alpha_*$. Обратите внимание на знак этой разности. При этом надо ясно представлять, в какой стороне небесной сферы находится светило в момент наблюдения относительно небесного меридиана (до или после верхней кульминации).

Поскольку нам известна широта, склонение светила и часовой угол ($t_* \neq 0$) в момент наблюдения, то зенитное расстояние этого светила получаем по формуле косинусов:

$$\begin{aligned} \cos z &= \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos t \\ \cos z &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Азимут светила в этот же момент времени при уже известном z , можно получить по формуле синусов:

$$\begin{aligned} \frac{\sin z}{\sin t} &= \frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin(180^\circ - A)} \\ \sin z \sin A &= \cos \delta \sin t. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Универсальную связь между координатами горизонтальной и экваториальной систем представляет формула пяти элементов. В применении к параллактическому треугольнику $PZ\sigma$ эта формула имеет вид:

$$\begin{aligned} \sin z \cos(180^\circ - A) &= \sin(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) - \cos(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos t \\ \sin z \cos A &= -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos t. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Эту формулу часто используют для контроля вычисления азимутов по формуле синусов.

Итак, при решении прямой задачи мы получили зенитное расстояние и азимут светила в пункте наблюдения в соответствующий момент времени.

В астрономической практике, хотя и редко, приходится решать и **обратную задачу**. Для этого в пункте наблюдения (широта известна) в соответствующий момент звездного времени производятся измерения z и A светила. На основании полученных измерений вначале находят склонение светила, используя формулу косинуса стороны ($90^\circ - \delta$):

$$\begin{aligned}\cos(90^\circ - \delta) &= \cos(90^\circ - \varphi) \cos z + \sin(90^\circ - \varphi) \sin z \cos(180^\circ - A) \\ \sin \delta &= \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A.\end{aligned}\quad (3.5)$$

По формуле синусов, или по формуле пяти элементов (при известных z и A звезды) определяют часовой угол звезды:

$$\sin t = \frac{\sin z \sin A}{\cos \delta}.\quad (3.6)$$

Поскольку нам известен момент звездного времени S , то прямое восхождение определяемого светила $\alpha_* = S - t_*$.

Следует заметить, что формулу (3.5) можно использовать для определения азимута светила с известным склонением, если в пункте с данной широтой φ было измерено его зенитное расстояние.

Формулы параллактического треугольника, рассмотренные выше, математически отображают координатно-временные связи (КВС), обусловленные суточным вращением Земли. Эти формулы используются при решении разнообразных задач наблюдательной астрономии — как при подготовке астрометрических программ, так и при обработке результатов измерений.

3.5 Эклиптическая система координат. Связь с экваториальной (α, δ). Астрономический треугольник

При изучении движения тел солнечной системы удобнее использовать не экваториальную, а *эклиптическую* систему координат. Дело в том, что плоскости орбит большинства тел солнечной системы наклонены к плоскости орбиты Земли под малыми углами (из планет самый большой наклон у орбиты Плутона — $\sim 17^\circ$).

Основой для построения эклиптической системы координат служит уравнения динамики, описывающие движение Земли по орбите вокруг Солнца. Средняя плоскость орбиты Земли называется плоскостью эклиптики, а пересечение этой плоскостью небесной сферы — эклиптикой. Движение Земли по орбите приводит к кажущемуся движению Солнца по отношению к далеким звездам. Полный оборот по эклиптике Солнце проходит за год. Значит, Солнце движется относительно звезд со скоростью $\sim 1^\circ$ в сутки.

Принцип построения эклиптической системы координат аналогичен построению экваториальной системы. *Основным ориентирующим направлением при этом является направление к полюсу эклиптики L , а основной плоскостью — плоскость эклиптики, в которой расположена орбита Земли.* Положение светила на небесной сфере, а, следовательно, направление на объект, определяется двумя сферическими ортогональными координатами — *эклиптической широтой и долготой*.

Как известно, плоскость эклиптики наклонена к плоскости небесного экватора под углом $\varepsilon = 23^\circ 26'$, поскольку такой угол в пространстве образует перпендикуляр к плоскости эклиптики с направлением на полюс мира. Угол ε медленно меняется из-за прецессии от планет. Притяжение планетами Земли приводит также к возмущениям в движении Земли. В результате центр масс Земли оказывается то ниже, то выше средней плоскости орбиты Земли. Как отражение возмущений в движении Земли мы видим, что центр Солнца находится то выше, то ниже эклиптики.

На рис. 3.6 плоскости ($P\Upsilon P'$) и ($P\sigma P'$) — круги склонения точки Υ и некоторого светила, а дуги $R\sigma$ и ΥR измеряют склонение и прямое восхождение данного светила. Нетрудно видеть, что в плоскости чертежа на этом же рисунке показаны ось мира PP' и ось эклиптики LL' , поэтому в точках эклиптики E и E' будут соответственно находиться точки летнего и зимнего солнцестояния. Линия пересечения двух плоскостей — небесного экватора и эклиптики называется *линией узлов*.

Плоскость, проходящая через полюс эклиптики и светило, называется *кругом широты* — это большой круг небесной сферы ($L\sigma KL'$), ортогональный эклиптике ($E\Upsilon E'$). Угловое расстояние светила от эклиптики $\angle KO\sigma = \cap K\sigma = \beta$ — *эклиптическая широта*.

Эклиптическая долгота определяется дугой эклиптики от проекции *динамической* точки весеннего равноденствия на эклиптику до круга широты светила. Итак, $\angle \Upsilon OK = \cap \Upsilon K = \lambda$. Эклиптическая долгота измеряется в градусах и изменяется от 0 до 360° к востоку (в направлении движения Солнца и Луны).

Плоскости, содержащие ось мира и ось эклиптики, в которых Солнце достигает экстремальных склонений $\pm 23^\circ 26'$ (ими являются точки летнего и зимнего солнцестояний), называют *колорами солнцестояний* — соответственно летнего (E) и зимнего (E'). Нетрудно представить плоскости, проходящие через

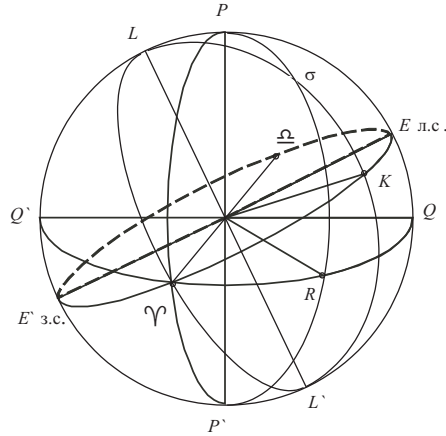


Рис. 3.6: Эклиптическая система координат (λ, β) : $\angle PL\gamma = 90^\circ$; $\angle LP\gamma = 90^\circ$; $\cap\gamma K = \lambda$; $\cap K\sigma = \beta$; $\cap\gamma R = \alpha$; $\cap R\sigma = \delta$. На этом рисунке показано положение светила в двух системах координат — эклиптической и экваториальной

полюс эклиптики и линию равноденствий: $L\gamma L'$ и $L\perp L'$, их называют *кольорами равноденствий*. Кольоры солнцестояний и равноденствий взаимно перпендикулярны, как и круги склонения этих же точек небесной сферы — солнцестояний и равноденствий.

Для установления связи систем координат (λ, β) и (α, δ) обратимся к сферическому треугольнику $LP\sigma$, который называют *астрономическим* (рис. 3.6 и 3.7). Вершинами этого треугольника являются полюс эклиптики L , полюс мира P и светило σ , а сторонами — дуга кольора солнцестояния $\cap LP = \varepsilon$, дуга круга широты $\cap L\sigma = 90^\circ - \beta$ и дуга круга склонения светила $\cap P\sigma = 90^\circ - \delta$.

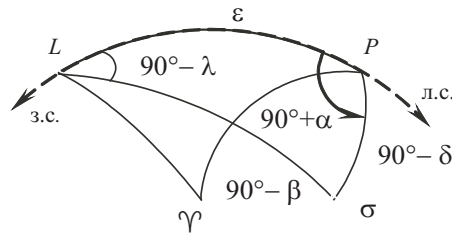


Рис. 3.7: Астрономический треугольник $PL\sigma$ и его элементы: $\angle PL\gamma = 90^\circ$; $\angle LP\gamma = 90^\circ$

Определим внутренние углы в этом треугольнике: ими являются угол при полюсе эклиптики и угол при полюсе мира. Учитывая, что $LP \perp L\gamma$ и $LP \perp P\gamma$, получим, что угол между кольором солнцестояния LP и кругом широты светила $\angle PL\sigma$ равен $90^\circ - \lambda$, а угол между кольором солнцестояния и кругом склонения светила $\angle LP\sigma$ равен $90^\circ + \alpha$ (см. рис. 3.7).

Пользуясь известными формулами сферической тригонометрии, запишем основные формулы, описывающие взаимосвязь координат (λ, β) и (α, δ) для данного светила. По этим формулам удобно вычислять эклиптические координаты объекта на основании его известных экваториальных координат.

$$\begin{aligned} \cos(90^\circ - \beta) &= \cos \varepsilon \cos(90^\circ - \delta) + \sin \varepsilon \sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ + \alpha) \\ \sin \beta &= \cos \varepsilon \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\cos \beta \cos \lambda = \cos \delta \cos \alpha \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ - \beta) \cos(90^\circ - \lambda) &= \sin \varepsilon \cos(90^\circ - \delta) - \sin(90^\circ - \delta) \cos \varepsilon \cos(90^\circ + \alpha) \\ \cos \beta \sin \lambda &= \sin \delta \sin \varepsilon + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Эти формулы будут использоваться нами в последующих главах при изучении изменений эклиптических и экваториальных координат звезд вследствие годичного и прецессионного движения Земли.

Ось Ox в эклиптической системе координат совпадает с осью Ox экваториальной системы. Обозначим орты эклиптической системы через $\vec{i}_\epsilon, \vec{j}_\epsilon, \vec{k}_\epsilon$, причем $\vec{i}_\epsilon = \vec{i}$, вектор $\vec{k}_\epsilon$ направлен в северный полюс эклиптики L , а $\vec{j}_\epsilon = \vec{k}_\epsilon \times \vec{i}_\epsilon$.

3.6 Галактическая система координат

Еще одной, часто используемой, особенно в звездной динамике, системой координат является галактическая система.

Наша Галактика, или Млечный Путь, классифицируется как спиральная галактика. Основными составляющими Галактики являются плоский диск диаметром более 100 000 св. лет, ядро и гало. Большая часть звезд и газопылевых облаков сосредоточены в галактическом диске. Структура диска неоднородна; известны несколько спиральных рукавов, в которых плотность звезд и газа значительно выше средней. Значительная часть звезд концентрируется к центральной части, или к галактическому ядру, и образует в центре Галактики утолщение. И, наконец, третьей составляющей Галактики является гало, которое состоит из старых звезд и шаровых скоплений. Гало имеет практически сферическую форму.

Солнце находится на периферии Галактики (на расстоянии примерно 8.5 кпк от ее центра) и является одной из звезд, составляющих ее диск. Так как мы смотрим на Галактику изнутри, находясь в ее диске, то последний проецируется на небесную сферу как полоса звезд, или Млечный Путь. Вместе с ближайшими к нему звездами Солнце движется со скоростью примерно 250 км/с в направлении созвездия Лебедя. Это движение объясняется вращением галактического диска. Солнце делает полный оборот вокруг центра Галактики за период ~ 200 млн. лет.

Для изучения движения звезд в Галактике за основную плоскость галактической системы координат естественно принять плоскость диска. Положение основной плоскости в экваториальной системе задается координатами одного из полюсов галактической системы.

При обработке результатов проекта HIPPARCOS галактическая система координат была определена следующим образом. Обозначим точку, экваториальные координаты которой на эпоху J2000.0 равны

$$\begin{aligned}\alpha &= 129.85948^\circ, \\ \delta &= 27.12825^\circ,\end{aligned}\tag{3.10}$$

как G_N и назовем ее северным галактическим полюсом, а диаметрально противоположную точку — южным. Большой круг, перпендикулярный линии, соединяющей полюсы, назовем *галактическим экватором* (рис. 3.8).

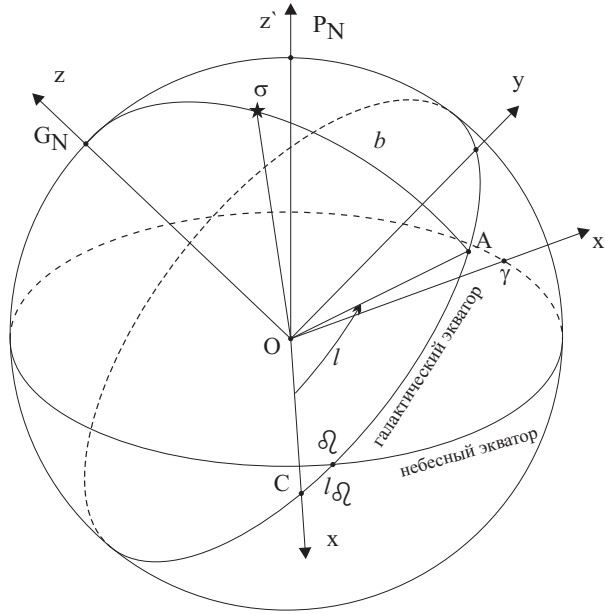


Рис. 3.8: Галактическая система координат

Большой круг, проходящий через звезду σ и полюсы Галактики, называется *кругом галактической широты*.

Если точка A является точкой пересечения круга широты и галактического экватора, то дуга $\cap A\sigma$ называется *галактической широтой звезды*: $\cap A\sigma = b$. Галактические широты положительны в северном и отрицательны в южном полушарии: $-90^\circ \leq b \leq 90^\circ$. Раньше галактические долготы отсчитывались от восходящего узла Ω , то есть точки пересечения галактического и небесного экваторов, прямое восхождение которой равнялось $\sim 18^h 40^m$. Сейчас начало отсчета долгот (точка C на рис. 3.8 — направление на центр Галактики) определяется галактической долготой восходящего узла Ω , которая равна $l_\Omega = 32.93192^\circ$.

Галактические долготы отсчитываются от 0 до 360° против часовой стрелки, если смотреть с северного полюса Галактики.

Единичный вектор в направлении северного полюса Галактики обозначим как $\vec{k}_g$, а вектор, направленный в центр Галактики — как $\vec{i}_g$. Ось Ox галактической системы направим вдоль вектора $\vec{i}_g$, ось Oz — вдоль $\vec{k}_g$. Ось Oy определяется единичным вектором $\vec{j}_g$, который равен $\vec{j}_g = \vec{k}_g \times \vec{i}_g$.

Аналогичным образом (заданием тройки базисных векторов) могут быть определены любые другие системы координат.

Таблица 3.1: Сравнительные характеристики систем координат

Наименование системы	Физическая основа системы	Основной круг	Второй круг	Начало	Символы
Горизонтальная	Направление силы тяжести	Истинный горизонт	Вертикал	Южная точка горизонта	h, z, A
Экваториальная 1-ая	Вращение Земли; направление оси вращения	Небесный экватор	Круг склонений	Южная точка экватора	δ, t
Экваториальная 2-ая				Точка весеннего равноденствия	δ, α
Эклиптическая	Обращение Земли вокруг Солнца; плоскость земной орбиты	Эклиптика	Круг широт	Точка весеннего равноденствия	β, λ
Галактическая	Плоскость Галактики	Галактический экватор	Круг широт	Направление на центр Галактики	b, l

3.7 Преобразование координат из одной системы в другую методами векторной алгебры

Разложение вектора по тройке базисных векторов $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ записывается в виде:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (3.11)$$

где x, y, z — проекции вектора $\vec{r}$ на векторы $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, соответственно. Используя матричные обозначения, это выражение можно записать в виде:

$$\vec{r} = (\vec{i} \vec{j} \vec{k}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

где запись $(\vec{i} \vec{j} \vec{k})$ обозначает вектор-строку. Оставим обозначение $(\vec{i} \vec{j} \vec{k})$ для базисной тройки векторов экваториальной системы. Базисные тройки векторов эклиптической и галактической системы координат обозначим как $(\vec{i}_e \vec{j}_e \vec{k}_e)$ и $(\vec{i}_g \vec{j}_g \vec{k}_g)$, соответственно.

Разложим радиус-вектор одного и того же небесного объекта по базисным тройкам экваториальной, эклиптической и галактической систем. Для этого используем формулу (2.2), в которой координаты θ, λ заменяются на α, δ , или β, λ , или b, l , и запишем матричное равенство (3.12) в виде:

$$(\vec{i} \vec{j} \vec{k}) \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = (\vec{i}_e \vec{j}_e \vec{k}_e) \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{pmatrix} = (\vec{i}_g \vec{j}_g \vec{k}_g) \begin{pmatrix} \cos b \cos l \\ \cos b \sin l \\ \sin b \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Чтобы найти преобразование от одной системы координат к другой, надо найти матрицу поворота от одной базисной тройки к другой. Например, найдем преобразование от экваториальной к эклиптической системе. Тогда

$$(\vec{i} \vec{j} \vec{k}) \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = (\vec{i}_e \vec{j}_e \vec{k}_e) \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Умножим обе части уравнения на вектор-столбец $(\vec{i} \vec{j} \vec{k})^T$ слева, где индекс « T » обозначает транспонирование, т. е. $(\vec{i} \vec{j} \vec{k})^T = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$. В результате получим

$$\begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} (\vec{i} \vec{j} \vec{k}) \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} (\vec{i}_\epsilon \vec{j}_\epsilon \vec{k}_\epsilon) \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

По определению скалярного произведения и правилу умножения матриц имеем:

$$\begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} (\vec{i} \vec{j} \vec{k}) = \hat{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

где $\hat{I}$ — единичная матрица.

Таким образом преобразование от эклиптической к экваториальной системе можно записать следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = \hat{A}_\epsilon \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

где

$$\hat{A}_\epsilon = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} (\vec{i}_\epsilon \vec{j}_\epsilon \vec{k}_\epsilon). \quad (3.18)$$

Вычислим матрицу $\hat{A}_\epsilon$ в явном виде, используя рис. 3.9.

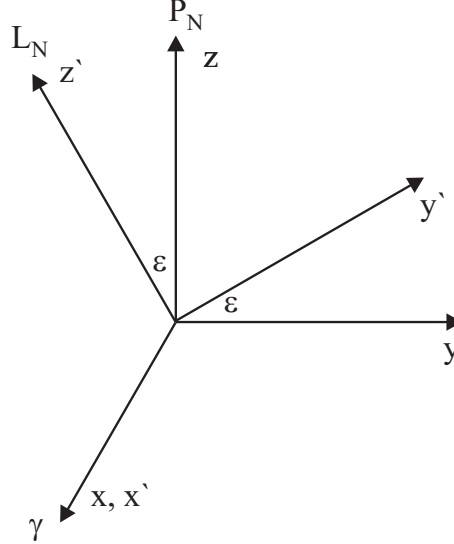


Рис. 3.9: Взаимное расположение и ориентация осей экваториальной и эклиптической систем координат

В обеих системах ось Ox направлена в точку весеннего равноденствия Υ . Поэтому направление векторов $\vec{i}$ и $\vec{i}_\epsilon$ совпадает. Оси Oz и Oz' направлены соответственно в полюс мира P_N и полюс эклиптики L_N . Следовательно угол между векторами $\vec{k}$ и $\vec{k}_\epsilon$ равен ϵ . Угол между векторами $\vec{j}$ и $\vec{j}_\epsilon$ также равен ϵ . Обратите внимание, что поворот при переходе от эклиптической к экваториальной системе координат осуществляется поворотом системы координат вокруг оси Ox по часовой стрелке на угол ϵ . Такой поворот является поворотом на отрицательный угол, т. е. на угол $-\epsilon$. Используя определение скалярного произведения, получим:

$$\hat{A}_\epsilon = \begin{pmatrix} \vec{i} \vec{i}_\epsilon & \vec{i} \vec{j}_\epsilon & \vec{i} \vec{k}_\epsilon \\ \vec{j} \vec{i}_\epsilon & \vec{j} \vec{j}_\epsilon & \vec{j} \vec{k}_\epsilon \\ \vec{k} \vec{i}_\epsilon & \vec{k} \vec{j}_\epsilon & \vec{k} \vec{k}_\epsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon & \cos(90^\circ + \epsilon) \\ 0 & \cos(90^\circ - \epsilon) & \cos \epsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon & -\sin \epsilon \\ 0 & \sin \epsilon & \cos \epsilon \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Уравнения (3.17) и (3.18) однозначно определяют связь между двумя системами координат, и удобны при вычислении на компьютере. Тем не менее приведем преобразование (3.17) в явном виде:

$$\cos \delta \cos \alpha = \cos \beta \cos \lambda, \quad (3.20)$$

$$\cos \delta \sin \alpha = \cos \beta \sin \lambda \cos \varepsilon - \sin \beta \sin \varepsilon, \quad (3.21)$$

$$\sin \delta = \cos \beta \sin \lambda \sin \varepsilon + \sin \beta \cos \varepsilon. \quad (3.22)$$

Используя матричную запись (3.17) легко найти обратное преобразование от экваториальной к эклиптической системе координат. Для этого умножим уравнение (3.17) слева на матрицу, обратную $\hat{A}_\epsilon$, т. е. на $\hat{A}_\epsilon^{-1}$:

$$\hat{A}_\epsilon^{-1} \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Матрица $\hat{A}_\epsilon$ обладает специальными свойствами. Нетрудно проверить, что $\hat{A}_\epsilon^T \hat{A}_\epsilon = \hat{A}_\epsilon \hat{A}_\epsilon^T = \hat{I}$, т. е. $\hat{A}_\epsilon^T = \hat{A}_\epsilon^{-1}$. Подобные матрицы называются *ортогональными*. Преобразование (3.23) имеет, таким образом, вид:

$$\begin{pmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{pmatrix} = \hat{A}_\epsilon^T \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 0 & -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

Матрица $\hat{A}_\epsilon^T$ описывает преобразование от экваториальной системы к эклиптической. Вращение на угол ε для совмещения осей Oy и Oz с осями Oy' и Oz' , соответственно, называется *правым*, так как при этом движение воображаемого правого винта совпадает с направлением оси Ox . Матрица $\hat{A}_\epsilon^T$, поэтому, описывает правое вращение относительно оси Ox .

В явном виде из (3.24) получим:

$$\cos \beta \cos \lambda = \cos \delta \cos \alpha, \quad (3.25)$$

$$\cos \beta \sin \lambda = \cos \delta \sin \alpha \cos \varepsilon + \sin \delta \sin \varepsilon, \quad (3.26)$$

$$\sin \beta = -\cos \delta \sin \alpha \sin \varepsilon + \sin \delta \cos \varepsilon. \quad (3.27)$$

Аналогично могут быть получены матрицы вращений относительно осей Oy и Oz . Для сохранения общности изложения обозначим матрицы поворотов относительно осей Ox , Oy , Oz на угол ϕ как $\hat{R}_1(\phi)$, $\hat{R}_2(\phi)$, $\hat{R}_3(\phi)$ соответственно, причем

$$\hat{R}_1(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}; \quad \hat{R}_2(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{pmatrix}; \quad \hat{R}_3(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

Матрица $\hat{A}_\epsilon$ (3.19) равна, следовательно, $\hat{R}_1(-\varepsilon)$, т. е. для перехода от эклиптической к экваториальной системе необходимо повернуть оси эклиптической системы относительно оси Ox (Ox') на угол $-\varepsilon$.

С помощью матриц (3.28) можно вычислить любую матрицу, описывающую вращение в трехмерном пространстве.

Рассмотрим две декартовы системы координат: $Oxyz$ и $Ox'y'z'$ (рис. 3.10).

Найдем матрицу преобразования $\hat{R}$ координат вектора из системы $Oxyz$ к системе $Ox'y'z'$. Для этого сначала повернем систему $Oxyz$ относительно оси Oz на угол Ψ (до совмещения оси Ox с линией узлов $O\zeta$). Вращение относительно линии узлов (которая теперь совпадает с осью Ox) на угол Θ приведет к совмещению оси Oz с осью Oz' . И, наконец, поворот относительно оси Oz' на угол Φ переводит ось Ox в положение Ox' (Oy в Oy' соответственно). Все повороты — положительные.

Углы Ψ , Θ , Φ называются *углами Эйлера*. Три угла Эйлера однозначно определяют поворот одной системы координат относительно другой. В теоретической механике и астрономии эти углы имеют собственные названия. Если оси Ox , Oy лежат в плоскости эклиптики, то угол Ψ называется *углом прецессии*. Угол Θ есть *угол нутации*, а угол Φ называется *углом собственного вращения*.

Матрица вращения $\hat{R}$ равна произведению трех матриц (обратите внимание на порядок перемножения матриц и последовательность вращений):

$$\hat{R} = \hat{R}_3(\Phi) \hat{R}_1(\Theta) \hat{R}_3(\Psi) = \begin{pmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi & 0 \\ -\sin \Phi & \cos \Phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Theta & \sin \Theta \\ 0 & -\sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi & 0 \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

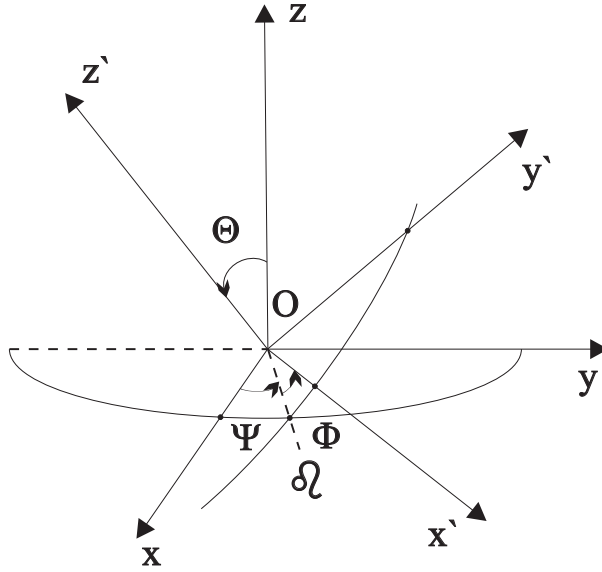


Рис. 3.10: Определение углов Эйлера

или

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \cos \Phi \cos \Psi - \sin \Phi \cos \Theta \sin \Psi & \cos \Phi \sin \Psi + \sin \Phi \cos \Theta \cos \Psi & \sin \Phi \sin \Theta \\ -\sin \Phi \cos \Psi - \cos \Phi \cos \Theta \sin \Psi & -\sin \Phi \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Theta \cos \Psi & \cos \Phi \sin \Theta \\ \sin \Theta \sin \Psi & -\sin \Theta \cos \Psi & \cos \Theta \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

С помощью матричного метода легко найти матрицу преобразования экваториальных координат (α, δ) в галактические координаты (l, b) (рис. 3.8).

Из уравнения (3.13 и 3.14) имеем:

$$\begin{pmatrix} \cos b \cos l \\ \cos b \sin l \\ \sin b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i}_g \\ \vec{j}_g \\ \vec{k}_g \end{pmatrix} (\vec{i} \vec{j} \vec{k}) \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Напомним, что орт $\vec{i}$ направлен в точку весеннего равноденствия Υ , $\vec{j}$ — в точку с прямым восхождением, равным 90° , и $\vec{k}$ — в северный полюс мира. Согласно определению вектор $\vec{i}_g$ направлен в центр Галактики, $\vec{k}_g$ — в северный полюс G_N .

Матрица

$$\hat{A}_G = \begin{pmatrix} \vec{i}_g \\ \vec{j}_g \\ \vec{k}_g \end{pmatrix} (\vec{i} \vec{j} \vec{k}) \quad (3.32)$$

является искомой матрицей преобразования.

Довольно трудно вычислить скалярные произведения $\vec{i}_g \vec{i}$, $\vec{i}_g \vec{j}$ и т. д. непосредственно. Поэтому вычислим матрицу (3.32), соответствующую переходу от экваториальной системы к галактической следующим образом (см. рис. 3.8): выполним первое вращение относительно оси мира на угол α_Ω (прямое восхождение точки Ω), т. е. вычисляем матрицу $\hat{R}_3(\alpha_\Omega)$, затем выполняем вращение относительно линии узлов на угол $90^\circ - \delta_{G_N}$ и вычисляем матрицу $\hat{R}_1(90^\circ - \delta_{G_N})$, где δ_{G_N} — склонение северного галактического полюса. Третий поворот — это поворот относительно оси, соединяющей северный и южный полюса Галактики, на угол $-l_\Omega$. В результате матрица $\hat{A}_G$ записывается в виде:

$$\hat{A}_G = \hat{R}_3(-l_\Omega) \hat{R}_1(90^\circ - \delta_{G_N}) \hat{R}_3(\alpha_\Omega). \quad (3.33)$$

Заметим, что $\alpha_\Omega = \alpha_{G_N} + 90^\circ$, α_{G_N} — прямое восхождение северного галактического полюса. Это следует из того, что двугранный угол $G_N P_N \Omega$ равен 90° . Заменяя символ ϕ в (3.28) на соответствующие углы, получим:

$$\hat{A}_G = \begin{pmatrix} \cos l_\Omega & -\sin l_\Omega & 0 \\ \sin l_\Omega & \cos l_\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \delta_{G_N} & \cos \delta_{G_N} \\ 0 & -\cos \delta_{G_N} & \sin \delta_{G_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_\Omega & \sin \alpha_\Omega & 0 \\ -\sin \alpha_\Omega & \cos \alpha_\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.34)$$

Подставив значения углов и вычислив произведение матриц, получим:

$$\hat{A}_G = \begin{pmatrix} -0.0548755601367195 & -0.8734370902532698 & -0.4838350155472244 \\ +0.4941094280132430 & -0.4448296298016944 & +0.7469822445004389 \\ -0.8676661489582886 & -0.1980753737056720 & +0.4559837761713720 \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Обратное преобразование (от галактической к экваториальной системе координат) выражается матричным уравнением:

$$\begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = \hat{A}_G^{-1} \begin{pmatrix} \cos b \cos l \\ \cos b \sin l \\ \sin b \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Так как матрица $\hat{A}_G$ — ортогональная, то $\hat{A}_G^{-1} = \hat{A}_G^T$.

В заключение используем матричный метод для вычисления матрицы преобразования от горизонтальной (z, A) к экваториальной системе координат (t, δ) (рис. 3.4). Для этого достаточно выполнить один поворот: относительно оси Oy (обе системы координат — левые) на угол $-(90^\circ - \varphi)$, где φ — астромическая широта. Следовательно матричное уравнение преобразования координат можно записать как

$$\begin{pmatrix} \cos \delta \cos t \\ \cos \delta \sin t \\ \sin \delta \end{pmatrix} = \hat{R}_2(\varphi - 90^\circ) \begin{pmatrix} \cos z \cos A \\ \cos z \sin A \\ \sin z \end{pmatrix}. \quad (3.37)$$

Легко проверить, что эта система совпадает с уравнениями (3.5, 3.6).

Используем полученные формулы преобразования координат для решения следующих задач.

Задача 1. Найти геометрическое место точек на небесной сфере, у которых склонение δ равно эклиптической широте β .

Решение. Преобразование координат точки из экваториальной в эклиптическую систему задается уравнениями (3.25, 3.26, 3.27):

$$\begin{aligned} \cos \beta \cos \lambda &= \cos \delta \cos \alpha, \\ \cos \beta \sin \lambda &= \cos \delta \sin \alpha \cos \varepsilon + \sin \delta \sin \varepsilon, \\ \sin \beta &= -\cos \delta \sin \alpha \sin \varepsilon + \sin \delta \cos \varepsilon. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Из первого уравнения получим: $\cos \lambda = \cos \alpha$. Если из второго уравнения выразить $\sin \alpha$ и подставить в третье, то найдем, что $\sin \lambda = -\sin \alpha$. Решением этой системы будет $\alpha = -\lambda$.

Очевидно, что в точке весеннего равноденствия $\delta = \beta = 0$, также $\alpha = \lambda = 0$; в точке осеннего равноденствия $\delta = \beta = 0$, $\alpha = \lambda = 180^\circ$. Геометрическим местом на сфере, удовлетворяющим условию $\delta = \beta = \kappa$ (κ — некоторое число), является точка сферического треугольника, одной из сторон которого является дуга между полюсом мира и полюсом эклиптики и равная ε , двумя другими — дуги с длиной $90^\circ - \kappa$. При увеличении κ до 90° треугольник вырождается в дугу, а точка поднимается по дуге окружности, проходящей посередине между полюсом мира и полюсом эклиптики.

Таким образом, геометрическим местом точек на небесной сфере будет окружность — пересечение большого круга, наклоненного к экватору под углом $90^\circ + \varepsilon/2$ и проходящего через точки равноденствия, с небесной сферой.

Задача 2. Найти геометрическое место точек на небесной сфере, у которых прямое восхождение α равно эклиптической долготе λ .

Задача 3. Каково прямое восхождение и склонение северного и южного полюса эклиптики?

Задача 4. В каких точках Земли эклиптика может совпадать с первым вертикалом?

Глава 4

Предвычисление положений светил в зависимости от их координат, широты места и времени наблюдения

4.1 Использование небесной сферы при описании суточного движения светил

Наиболее заметное изменение в видимое на небесной сфере положение светил вносит суточное вращение Земли. Достаточно проследить за небесным объектом в течение одного-двух часов, чтобы со всей определенностью установить изменение его горизонтальных координат. При этом каждому моменту времени соответствует определенное положение светила относительно горизонта и небесного меридиана.

Изменение высот светил, как было отмечено ранее, обусловлено изменением в пространстве положения отвесной линии относительно звезд и соответственно плоскости горизонта в пункте наблюдения. Тогда же был рассмотрен вопрос, почему и насколько различаются высоты светил в моменты их верхних и нижних кульминаций в пунктах с различными широтами. Верхней кульминации отвечает момент, когда данный географический меридиан направлен на определенное светило. Для Солнца таким моментом является истинный полдень.

Ниже рассмотрим пример, как с изменением координат светила (в частности склонения) в пункте с фиксированной широтой будут меняться условия их наблюдения. Для этого обратимся к рисунку небесной сферы.

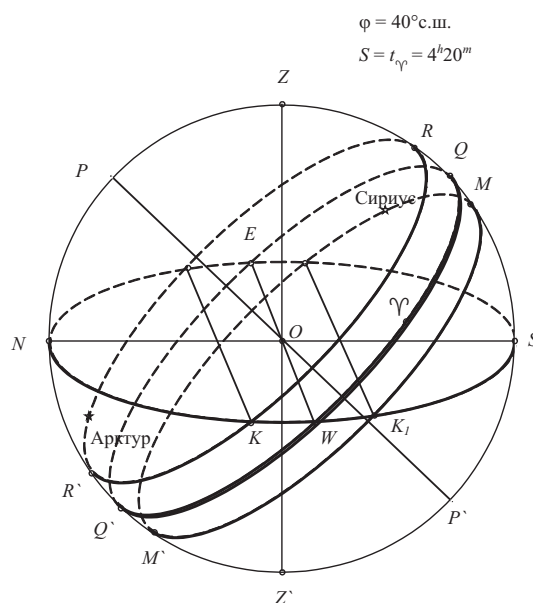


Рис. 4.1: Суточные движения светил с разными склонениями

Угол NOP соответствует широте места наблюдения. Плоскости $(NPZQS \dots)$ и $(Q'EQW \dots)$ представ-

ляют соответственно небесный меридиан и небесный экватор.

Здесь показаны положения двух ярких звезд (Сириуса и Арктура) в пункте с широтой $\varphi = 40^\circ$ с. ш. в $4^h 20^m$ местного звездного времени. Запишем их экваториальные координаты: Сириус ($\alpha = 6^h 40^m$, $\delta = -17^\circ$), Арктур ($\alpha = 14^h 15^m$, $\delta = +20^\circ$). На этом рисунке также отмечено положение точки весеннего равноденствия (Υ) в указанный момент звездного времени ($s = t\Upsilon = \cap Q\Upsilon$). В верхней кульминации тогда будут находиться светила с прямым восхождением $\alpha = 4^h 20^m$.

Рассмотрим особенности расположения суточных путей (параллелей) данных светил относительно меридиана и горизонта в пункте наблюдения. Во-первых, сразу видно, что время пребывания этих светил над горизонтом, а также положения точек их восхода и захода, как и высот звезд в моменты кульминаций существенно зависят от склонения светил.

Так, в частности, Сириус в этот момент времени находится в юго-восточной части неба, через $2^h 20^m$ произойдет его верхняя кульминация. Что касается Арктура, то в данный момент звездного времени эта звезда находится под горизонтом. Около двух часов тому назад Арктур находился в нижней кульминации.

В указанный момент звездного времени очень сильно различаются часовые углы звезд. Обратите внимание на азимуты точек восхода и захода светил, т. е. тех точек, в которых суточные параллели светил пересекаются с горизонтом: для Сириуса $\cap SK_1 < 90^\circ$, для Арктура $\cap SK > 90^\circ$.

Каждому астрономическому наблюдению, как правило, предшествует предвычисление условий наблюдения избранного объекта в известном пункте Земли. При этом важно знать, какими будут зенитное расстояние и азимут светила в данном пункте в реальный момент времени (звездного или солнечного). Расчет необходимых параметров проводится на основе формул сферических треугольников.

В последующих разделах этой главы рассматриваются не только вопросы, связанные с предвычислением условий наблюдений звезд, но и Солнца, которые обусловлены и суточным, и годичным движением Земли. При этом важно получить ясное представление о том, как изменяются условия наблюдения Солнца на различных широтах, а также освещенность нашей планеты в течение года.

4.2 Кульминации светил. Условия наблюдения светил на разных широтах

Каждый оборот Земли вокруг оси сопровождается моментами *верхней и нижней кульминаций* того или иного светила (далее в тексте ВК и НК соответственно), когда мы наблюдаем светило на небесном меридиане, т. е. в наиболее высоком или наиболее низком положении относительно горизонта. Особое значение имеют наблюдения верхних кульминаций. В этот момент плоскость данного географического меридиана оказывается обращенной к светилу. Регистрация моментов верхних кульминаций светил с известными экваториальными координатами (α , δ) используется при ориентировании угломерных инструментов по азимуту, определении широт и времени. Более того, наблюдения космических объектов в периоды времени, близкие к верхней кульминации, используются при проведении самых различных наблюдений и исследований, в том числе и астрофизических.

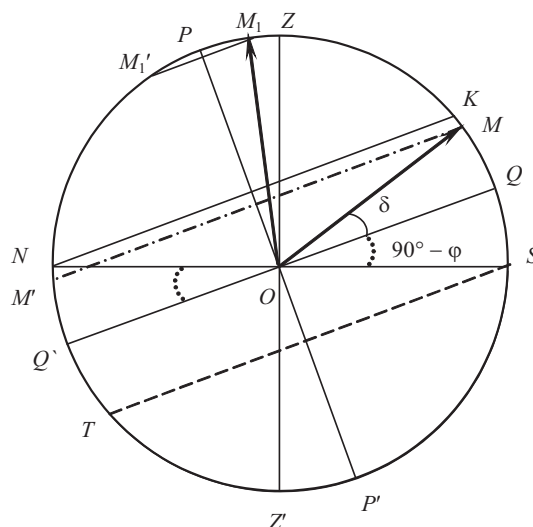


Рис. 4.2: Положение звезд в моменты верхней и нижней кульминации

На приведенном рисунке показана плоскость небесного меридиана, в которой расположены ось мира, отвесная линия места наблюдения, а также линии пересечения суточных параллелей светил, имеющих

разные склонения с плоскостью меридиана. $\angle NOP = \angle QOZ = \varphi$.

Здесь отмечены положения двух звезд в момент их верхней (M и M_1) и нижней кульминаций (соответственно M' и M'_1). В момент верхней кульминации светил их часовой угол $t = 0^h(0^\circ)$, а местное звездное время $S = \alpha_*$. В зависимости от склонения светила его прохождение через меридиан по-разному наблюдается относительно зенита в пункте наблюдения — к югу или северу, что сказывается на значении астрономического азимута светила. В первом случае $A = 0^\circ$, а во втором — $A = 180^\circ$. Рассмотрим различные случаи наблюдения светил в меридиане.

1. **Верхняя кульминация к югу от Z** (светило M). Как видно, его склонение $\delta < \varphi$. Тогда зенитное расстояние светила $z_{BK} = \varphi - \delta$, а высота в момент ВК:

$$\begin{aligned} h_{BK} &= 90^\circ - \varphi + \delta, \\ A_{BK} &= 0^\circ. \end{aligned} \quad (4.1)$$

2. **Верхняя кульминация светила (M_1) к северу от Z** . Склонение такого светила $\delta > \varphi$. В этом случае $z_{BK} = \delta - \varphi$, а высота в момент верхней кульминации

$$\begin{aligned} h_{BK} &= 90^\circ + \varphi - \delta, \\ A_{BK} &= 180^\circ. \end{aligned} \quad (4.2)$$

3. **Верхняя кульминация в зените** происходит на данной широте у тех светил, склонение которых $\delta = \varphi$. Эти светила в данный момент времени ($t = 0^h$, $S = \alpha_*$) не являются указателями азимута.
4. **В нижней кульминации** ($t_* = 12^h 0^m$ и $A = 180^\circ$) светило занимает самое низкое положение над горизонтом или скрывается за горизонт.

$$\begin{aligned} z_{HK} &= \cap ZM' = \cap PZ + \cap PM' = (90^\circ - \varphi) + (90^\circ - \delta) = 180^\circ - (\varphi + \delta), \\ h_{HK} &= \cap NP - \cap PM' = \varphi - (90^\circ - \delta) = (\varphi + \delta) - 90^\circ, \\ A_{HK} &= 180^\circ. \end{aligned} \quad (4.3)$$

По характеру суточного движения в пункте с известной широтой светила можно разделить на несколько типов:

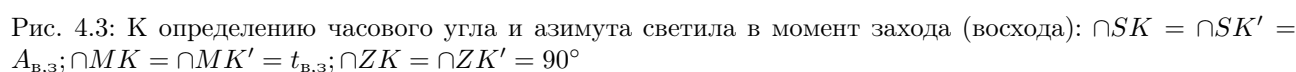
1. **Незаходящими** считаются те светила, у которых обе кульминации происходят над горизонтом. Предельную (граничную) параллель таких светил NK описывают светила, у которых нижняя кульминация происходит в точке севера N . Высота таких светил в момент нижней кульминации $h_{HK} = 0^\circ$, а их склонение $\delta = 90^\circ - \varphi$. На северном полюсе Земли все светила северного полушария являются незаходящими, а их высоты над горизонтом определяются их склонением;
2. **Невосходящими** называются те светила, у которых даже верхние кульминации не удастся наблюдать на данной широте. Граничная параллель таких светил ST проходит через точку юга S ;
3. **Восходящими (заходящими)** будут те светила, суточные пути которых пересекаются с горизонтом, а их время пребывания над горизонтом, определяемое посредством часовых углов в момент восходов и заходов, зависит от их склонения.

Что касается земного экватора ($\varphi = 0^\circ$) — там все светила Вселенной являются восходящими и заходящими с одинаковым временем пребывания над горизонтом, поскольку суточные пути звезд в этом случае перпендикулярны горизонту и делятся им пополам. Светила северного полушария здесь пересекают меридиан к северу от зенита, а южного к югу.

4.3 Предвычисление восхода и захода звезд и Солнца

Характерными положениями при суточном движении светил, склонение которых $\delta < 90^\circ - \varphi$, являются моменты времени, когда их суточный путь пересекается с горизонтом. Зенитное расстояние светила при этом $z = \cap ZK = \cap ZK' = 90^\circ$.

На приведенном рисунке точки горизонта K и K' являются соответственно точками захода и восхода такого светила. В эти моменты времени светило занимает симметричное положение относительно меридиана: $\cap SK = \cap SK' = A_{в,з}$, а $\cap MK = \cap MK' = t_{в,з}$ (в том смысле, что восточные азимуты и часовые углы отсчитываются к востоку, т. е. с отрицательным знаком).



На рис. 4.3 показаны круг склонения PK и вертикал ZK для момента захода светила.

Угол при полюсе $\angle ZPK = t_3$. Ему соответствует дуга суточной параллели $\cap MK$, измеряющая промежуток времени от кульминации до захода. Угол при зените $\angle PZK = 180^\circ - A_3$, где $A_3 = \cap SK$.

Чтобы вычислить азимут точек K и K' , воспользуемся известной формулой косинуса стороны (в данном случае $(90^\circ - \delta)$) в сферическом треугольнике $PZ\sigma$ для случая, когда $z = 90^\circ$:

$$\begin{aligned}\cos(90^\circ - \delta) &= \cos(90^\circ - \varphi) \cos z + \sin(90^\circ - \varphi) \sin z \cos(180^\circ - A), \\ \cos A_{\text{B},3} &= -\sin \delta / \cos \varphi.\end{aligned}\tag{4.4}$$

Обратите внимание на знак минус в этой формуле. Если $\delta < 0$, то и азимут $A_{в,з} < 90^\circ$, т. е. светило восходит в юго-восточной и заходит в юго-западной части горизонта. Если же $\delta > 0$, то, как хорошо видно на рисунке, данному уравнению будет удовлетворять угол, называемый астрономическим азимутом, величина которого больше 90° и равна $(180^\circ - a)$, где a — геодезический азимут, отсчитываемый от точки севера N .

Для определения часовых углов в момент восхода (захода) воспользуемся формулой для косинуса стороны z :

$$\begin{aligned}\cos z = 0 &= \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos t, \\ \cos t_{\text{B.3}} &= -\tan \varphi \tan \delta.\end{aligned}\tag{4.5}$$

Если $\delta > 0$, то часовой угол точек K и K' , измеряющий промежуток времени от восхода светила до верхней кульминации и соответственно от верхней кульминации до захода светила, будет больше 6^h и меньше 18^h .

Если нам известны часовые углы, то для момента восхода и захода светила легко вычислить звездное или солнечное время для этих моментов, а также определить продолжительность пребывания данного светила над горизонтом места наблюдения.

Звездное время в момент восхода (захода) светила определяется суммой прямого восхождения и часового угла звезды.

$$\begin{aligned} S_3 &= \alpha_\star + t_3, \\ S_{\text{R}} &= \alpha_\star + t_{\text{R}} = \alpha_\star - t_3. \end{aligned} \quad (4.6)$$

При получении этих формул *не учитывалось* влияние атмосферной рефракции на зенитное расстояние светила, которое в горизонте составляет величину около $0^{\circ}35'$.

При определении часовых углов восхода и захода Солнца и Луны следует учитывать не только влияние рефракции, но и угловые размеры этих светил. Для Луны кроме этого необходимо учитывать ее суточный параллакс.

Остановимся на предвычислении часовых углов Солнца в моменты его захода и восхода в данном пункте Земли с известной широтой. Склонение Солнца (центра диска) на дату наблюдения находим в АЕ.

Вследствие большой яркости солнечного диска и значительных его размеров (0.5°) *моментом восхода (захода) Солнца принято считать тот момент, когда хотя бы одна точка его диска находилась над горизонтом (с учетом рефракции).*

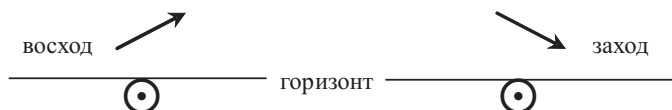


Рис. 4.4: Видимое положение Солнца относительно горизонта в момент фиксации восхода (захода) светила

Расчет часовых углов Солнца для восхода (захода) в пункте наблюдения в соответствующий день года проводят с учетом того, что зенитное расстояние Солнца в указанные моменты времени $z_\odot = 90^\circ + R_\odot + \rho = 90^\circ + 16' + 35' = 90^\circ 51'$ (где $R_\odot = 16'$, рефракция в горизонте $\rho = 35'$).

Подставляя в формулу косинуса зенитного расстояния значение $z_\odot = 90^\circ 51'$, часовой угол Солнца для моментов восхода (захода) определяют по следующей формуле:

$$\begin{aligned} \cos t &= \frac{\cos 90^\circ 51' - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}, \\ \cos t &= -\tan \varphi \tan \delta - 0.0148 \sec \varphi \sec \delta. \end{aligned} \quad (4.7)$$

В АЕ даются таблицы восходов и заходов Солнца и Луны для различных широт по местному среднему времени. На практике возникает задача перехода от местного среднего солнечного времени к тому виду времени, которое применяется в повседневной жизни (которым мы с вами пользуемся).

4.3.1 Сумерки

После захода, как и перед восходом Солнца, мы не наблюдаем резкого изменения освещенности неба и поверхности Земли в месте наблюдения. Плавный переход от дневного к ночному периоду времени разделяют сумерки, связанные с рассеянием солнечного света в атмосфере Земли. Яркость сумеречного освещения земной атмосферы зависит от глубины «погружения» Солнца под горизонт. Наибольший интерес для жителей нашей планеты представляют так называемые *гражданские*, а для астрономов-наблюдателей — *астрономические сумерки*.

Во время гражданских сумерек погружение Солнца под горизонт не превышает $6 \div 7^\circ$, что соответствует $z_\odot = 96 \div 97^\circ$.

В летнее время на северных широтах ($\varphi > 60^\circ$) непрерывные гражданские сумерки могут наблюдаться в течение всей ночи, их называют «белыми» ночами, когда даже в момент нижней кульминации Солнца $h_{\text{нк}} \leq -6 \div -7^\circ$.

Астрономические сумерки наступают в тот момент времени, когда небо становится настолько темным, что на его фоне при ясном небе без Луны можно видеть невооруженным глазом наиболее слабые звезды, что соответствует углу погружения Солнца под горизонт до 18° ($z_\odot = 108^\circ$). При дальнейшем увеличении зенитного расстояния Солнца освещенность ночного неба уже практически не изменяется.

Определение часовых углов Солнца для тех и других сумерек, а также времени их наступления в соответствующие даты на данной широте проводится с учетом указанных зенитных расстояний Солнца.

4.4 Прохождение светил через I вертикал

Первым вертикалом называют плоскость, перпендикулярную меридиану, которая проходит через точки востока и запада. Заметим, что скорость изменения зенитных расстояний светил в окрестности первого вертикала максимальна. Азимуты светил в первом вертикале равны $\pm 90^\circ$, иными словами, светило в эти моменты времени находится над точкой востока *E* либо в другом прохождении — над точкой запада *W*.

Вначале рассмотрим, какие светила на данной широте проходят эту плоскость. Из рисунка следует, что в первом вертикале над горизонтом будут наблюдаться светила северного полушария (их $\delta > 0$) и конечно те, которые кульминируют к югу от зенита (их $\delta < \varphi$).

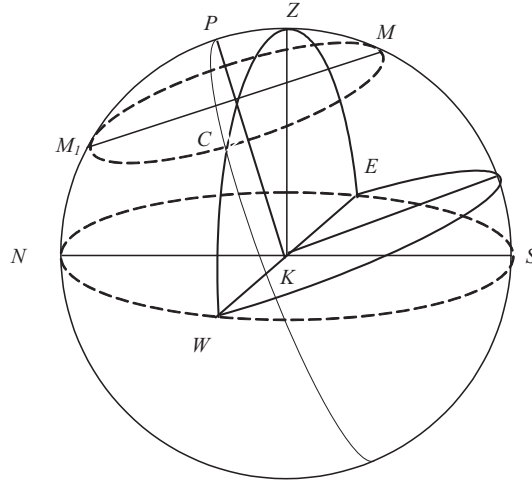


Рис. 4.5: Прохождение звезды через I вертикал

Поскольку азимут светил в первом вертикале известен, то задача предвычисления состоит в определении зенитного расстояния либо высоты светила в этот момент, а также времени того или другого прохождения, что требует знания часового угла светила в первом вертикале (t_I).

При прохождении первого вертикала светило занимает симметричное положение относительно меридиана. Часовой угол при западном прохождении измеряет промежуток времени, прошедший после верхней кульминации. Над точкой востока светило проходит раньше кульминации на t_I (часов). В этом случае часовой угол удобно взять со знаком минус или дополнить его до 24 ч. Чтобы вычислить зенитное расстояние и часовой угол в первом вертикале, нам следует обратиться к прямоугольному сферическому треугольнику $PZ\sigma$.

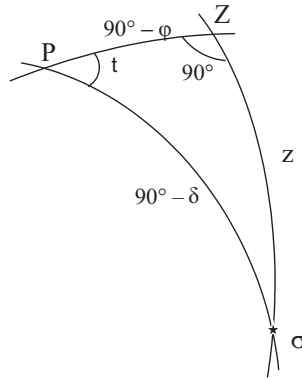


Рис. 4.6: Прямоугольный сферический треугольник для определения зенитного расстояния и часового угла светила в I вертикале

Используем формулу пяти элементов для стороны z и смежного с ней угла $PZ\sigma$:

$$\begin{aligned} \sin z \cos 90^\circ &= \cos(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \varphi) - \sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \varphi) \cos t, \\ \cos t &= \tan \delta / \tan \varphi. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Для вычисления зенитного расстояния воспользуемся формулой косинусов для стороны z :

$$\begin{aligned} \cos z &= \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos t, \\ \cos z &= [\cos t = \tan \delta / \tan \varphi] = \sin \varphi \sin \delta + \frac{\cos^2 \varphi}{\sin \varphi} \sin \delta, \\ \cos z &= \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.5 Элонгации близполюсных звезд

Элонгациями таких звезд называют моменты, когда вертикалы светила максимально отклоняются от *северной* стороны меридиана. В элонгации на данной широте наблюдаются звезды, верхние кульминации которых происходят к северу от Z : их склонение $\delta > \varphi$.

У многих близполюсных звезд вертикалы незначительно смещаются от точки севера N , и поэтому для этих звезд удобнее пользоваться **геодезическими** азимутами: $a = A \pm 180^\circ$.

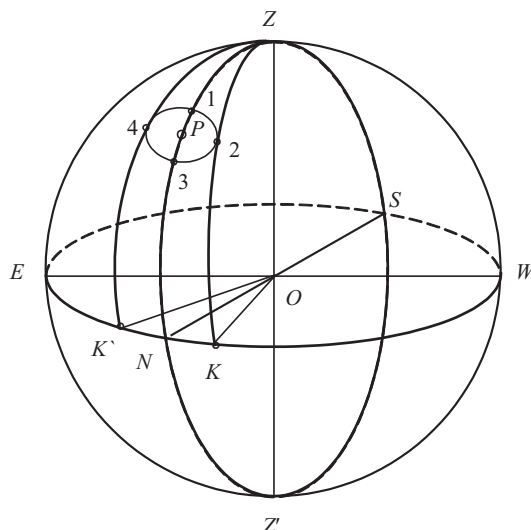


Рис. 4.7: Элонгации близполюсной звезды

Обратите внимание на рис. 4.7, на котором показано суточное движение близполюсной звезды. Здесь в плоскости чертежа расположен первый вертикал EW . Плоскость небесного меридиана $NPZS$ показана в ином ракурсе. На этом рисунке цифрами 1, 2, 3, 4 отмечены характерные положения близполюсной звезды:

- точке «1» соответствует момент верхней кульминации;
- точке «2» — момент западной элонгации;
- точке «3» — момент нижней кульминации, после которой светило движется к точке «4» — моменту восточной элонгации.

В период между положениями «1» — «2» — «3», светило находится в западной полусфере и опускается к горизонту, а между положениями «3» — «4» — «1», в восточной полусфере и поднимается к верхней кульминации.

В обеих кульминациях геодезический азимут светила равен 0° . Астрономический азимут в момент западной элонгации $\angle SWK < 180^\circ$, в момент восточной — $\angle SWK' > 180^\circ$.

Наименьший угол элонгации среди ярких звезд у Полярной (αUMi). Наблюдения этой звезды очень часто используют при определении широты места, азимутов направлений и при ориентировании. В связи с этим в АЕ даются специальные таблицы (эфемериды Полярной), позволяющие легко определить не только моменты, близкие к элонгациям, но найти высоту и азимут этой звезды в любой момент звездного времени в пункте наблюдения. Азимуты Полярной в моменты элонгаций существенно зависят от широты места. Чем больше широта, тем сильнее отклоняются вертикалы Полярной от меридиана.

Предвычисление элонгаций избранной звезды (координаты близполюсных звезд даны в АЕ) в пункте наблюдения (φ известна) состоит в определении зенитного расстояния или высоты звезды и азимута в момент соответствующей элонгации, а также часового угла звезды в эти моменты, на основании которого определяется звездное время.

Угол q при светиле между направлениями на полюс и зенит называется *параллактическим углом*. Поскольку в моменты элонгаций вертикал светила касается суточной параллели — параллактический угол q равен 90° . Таким образом, сферический треугольник «полюс—зенит—звезда» в момент элонгации является прямоугольным ($\angle P\sigma Z = 90^\circ$).

На следующем рисунке (рис. 4.8) показаны элементы данного треугольника.

Искомые параметры z , a , t . Запишем элементы сферического треугольника $PZ\sigma$: дуга меридиана $PZ = 90^\circ - \varphi$; дуга вертикала $Z\sigma = z$; дуга круга склонения $P\sigma = 90^\circ - \delta$; угол при зените $\sigma ZP = a -$

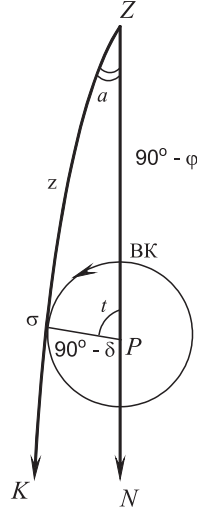


Рис. 4.8: Параллактический треугольник для моментов элонгации. Вид изнутри сферы

геодезический азимут; угол при полюсе $ZP\sigma = t_{\text{вэ},\text{зэ}}$ — часовой угол звезды в момент восточной и западной элонгаций, соответственно. Искомые величины a , z , t в моменты элонгаций определяются в зависимости от широты места и склонения звезды.

Для определения часового угла точек элонгации, запишем формулу пяти элементов для стороны z и прилежащего к ней угла $Z\sigma P$, который равен 90° :

$$\begin{aligned}\sin z \cos 90^\circ &= \cos(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) - \sin(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) \cos t, \\ \cos t_{\text{вэ},\text{зэ}} &= \tan \varphi / \tan \delta.\end{aligned}\quad (4.10)$$

Как известно, в момент верхней кульминации звездное время $S = \alpha_*$. Западная элонгация происходит после верхней кульминации через $t_{\text{зэ}}$, восточная предшествует моменту кульминации на $t_{\text{вэ}}$. Следовательно

$$\begin{aligned}S_{\text{зэ}} &= \alpha_* + t_{\text{зэ}}, \\ S_{\text{вэ}} &= \alpha_* + t_{\text{вэ}}, \quad S_{\text{вэ}} = \alpha_* - t_{\text{зэ}}.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Зенитное расстояние звезды в элонгациях используем формулу косинусов для стороны z :

$$\begin{aligned}\cos z &= \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos t, \\ \cos z &= [\cos t_{\text{вэ},\text{зэ}} = \tan \varphi / \tan \delta] = \sin \varphi \sin \delta + \frac{\cos^2 \delta}{\sin \delta} \sin \varphi, \\ \cos z &= \frac{\sin \varphi}{\sin \delta} (\sin^2 \delta + \cos^2 \delta) = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}.\end{aligned}\quad (4.12)$$

Геодезический азимут точек элонгации может быть вычислен с использованием формулы синусов:

$$\begin{aligned}\frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin a} &= \frac{\sin(90^\circ - \varphi)}{\sin 90^\circ}, \\ \sin a_{\text{вэ},\text{зэ}} &= \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}.\end{aligned}\quad (4.13)$$

Астрономический азимут в момент западной элонгации $A_{\text{зэ}} = 180^\circ - a$, восточной $A_{\text{вэ}} = 180^\circ + a$. Отсюда следует, что отсчет горизонтального круга (ГК) на точку севера N при наблюдении западной элонгации будет больше, чем на звезду.

В момент элонгаций звезда в поле зрения угломерного инструмента движется вдоль вертикальной нити (вверх либо вниз в зависимости от того, какая элонгация наблюдается).

Если вам удалось взять отсчет по горизонтальному кругу инструмента на звезду в момент, соответствующий элонгации, то очень просто по известному азимуту звезды получить отсчет на точку севера N и ориентировать горизонтальный круг по меридиану. Во всех угломерных инструментах оцифровка ГК однозначна (деления возрастают по часовой стрелке).

4.6 Изменение условий наблюдения и освещенности земного шара Солнцем в зависимости от широты и времени года

На средних широтах, где Солнце в течение года является, как известно, восходящим и заходящим светилом, изменяется его полуденная высота, продолжительность дня и положение тех точек горизонта, в которых наблюдаются восходы и заходы дневного светила. Весь комплекс явлений такого рода обычно связывают со сменой времен года.

При существенном изменении широты места, условия наблюдения Солнца будут сильно различаться. Так, в тропическом поясе нашей планеты полуденное Солнце можно наблюдать в зените. Контрастом являются условия наблюдения Солнца в приполярных зонах, ограниченных полярными кругами ($|\varphi| \geq 66^\circ.5$)

Подобные явления обусловлены наклоном оси суточного вращения Земли к плоскости ее орбиты. Астрономическим следствием этого является годичный цикл изменения склонения Солнца от 0 до $\pm 23^\circ 26'$, т. е. того угла, под которым принимается в разные дни года поток солнечных лучей плоскостью земного экватора.

Поскольку наша планета с расстояния от Солнца в 1 а. е. наблюдалась бы как тело с угловыми размерами около $17 - 18''$, то поверхностью Земли принимается от Солнца слабо расходящийся поток его излучения. Действительно, крайне мал тот телесный угол, в котором «перехватывается» Землей излучение, испускаемое Солнцем в космическое пространство.

Плоскость, перпендикулярная к направлению распространения излучения, идущего от Солнца, образует на земной поверхности линию (круг), который разделяет дневное (освещенное Солнцем) и ночное полушария. Эту линию мы будем называть *границей освещенности*. Эту линию также называют *линией терминатора*, особенно часто это название используется применительно к другим планетам.

Эта плоскость непрерывно изменяет свое положение на Земле в первую очередь вследствие суточного вращения. Кроме того, из-за наклона земной оси к плоскости орбиты, граница освещенности испытывает медленный поворот, смещаясь относительно оси вращения и полюсов Земли.

Только в дни равноденствий граница освещенности проходит через полюсы, поскольку только в эти дни солнечные лучи направлены вдоль линии пересечения двух плоскостей — экватора и орбиты Земли. Тогда, как известно, склонение Солнца равно 0° и мы наблюдаем его в точках равноденствия.

С увеличением склонения Солнца после дня весеннего равноденствия освещенность северного полушария постепенно возрастает. При этом определенные области нашей планеты у северного полюса становятся территориями, где Солнце становится незаходящим светилом. В это же время освещенность южного полушария уменьшается, а у южного полюса появляются области, которые лишаются света Солнца — там начинается полярная ночь.

Граница освещенности Земли достигает своего предельного отклонения от полюсов в дни солнцестояний — летнего и зимнего.

Периодическое изменение освещенности земного шара Солнцем в течение годичного цикла, обусловленное наклоном земной оси к плоскости орбиты, называют сменой времен года. В физическом понимании это явление состоит в периодическом перераспределении количества принимаемой солнечной энергии между полушариями Земли.

Плавный поворот границы освещенности относительно оси Земли при различных ее положениях на орбите приводит к изменению как географических границ, так и длительности тех периодов времени, в течение которых в указанных зонах земного шара Солнце является незаходящим либо невосходящим светилом.

С годичным периодом изменяются также географические широты тех мест, где Солнце в полдень наблюдается в зените.

Проведем более подробный анализ условий наблюдения Солнца и освещенности земного шара в течение года, используя рис. 4.9:

Здесь показана граница освещенности для летнего периода времени в северном полушарии ($\delta_\odot > 0^\circ$). Как было ранее указано, ею является плоскость, перпендикулярная направлению распространения солнечных лучей. С поверхностью Земли она пересекается по кругу, обозначенному здесь буквами A_1LBK . Смещение этой плоскости от оси вращения Земли (ее полюсов) зависит от склонения Солнца, т. е. угла qCM , под которым световой поток принимается земным экватором. Линия CM проходит через центры Земли и Солнца и поэтому она перпендикулярна плоскости A_1LBK .

На оси потока лучей находится в данный момент времени некоторая точка M , широта которой равна склонению Солнца ($\varphi_M = \delta_\odot$) в фиксированную дату. Здесь в полдень Солнце наблюдается в зените.

В этот же момент времени будет происходить верхняя кульминация Солнца на всем меридиане $ATMqB$, долгота которого равна долготе точки M (повсюду на этом меридиане полдень). Лишь в пункте B Солнце в полдень окажется на горизонте.

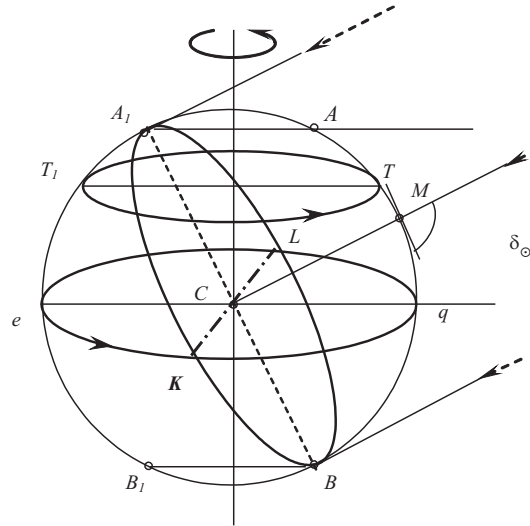


Рис. 4.9: Освещенность земного шара Солнцем в летний период ($\delta_{\odot} > 0^\circ$)

При данном склонении Солнца оно будет незаходящим светилом в области, смещенной от северного полюса к югу на угловое расстояние, равное его склонению. На рисунке показана та географическая параллель (AA_1), начиная с которой в фиксированную дату к северу, наблюдается полярный день. Географическая широта этой параллели $\varphi = 90^\circ - \delta_{\odot}$. Заметим, что в точке A_1 этой же параллели, расположенной на противоположном меридиане, в этот момент происходит нижняя кульминация Солнца и оно наблюдается на горизонте.

У южного полюса показана граничная географическая параллель BB_1 , начиная с которой в ту же дату наблюдается полярная ночь. При возрастании склонения Солнца (до 22.06) указанные границы будут приближаться к полярным кругам. Через полгода условия освещенности приполярных зон поменяются.

В рассматриваемый момент времени во всех пунктах земной поверхности, расположенных на границе освещенности (круг A_1LBK), Солнце наблюдается на горизонте: на линии A_1KB при восходе, на линии A_1LB — при заходе, а в точках A_1 и B в моменты кульминаций HK и BK соответственно.

Все пункты земной поверхности, находящиеся восточнее линии A_1LB , «уходят» в ночное полушарие, в то время как со стороны линии A_1KB , во всех пунктах, расположенных западнее этой линии, будут постепенно наблюдаться восходы Солнца.

В летний период времени продолжительность дня (ночи) сильно зависит от широты места, в особенности на северных широтах. На данном рисунке показана географическая параллель TT_1 в области средних широт. Легко видеть, что время пребывания таких мест на дневной стороне заметно больше, чем на ночной.

Обратим внимание на точки K и L , которые расположены на земном экваторе ($\varphi = 0^\circ$). В пункте K в данный момент происходит восход, а в пункте L экватора — заход Солнца. При суточном движении Земли их долгота непрерывно изменяется со скоростью суточного вращения ($15^\circ/\text{час}$), но эти пункты земного экватора всегда будут находиться на расстоянии $\pm 90^\circ$ от того меридиана, где в данный физический момент происходит верхняя кульминация Солнца. При вращении Земли к востоку, точки K и L , как и «полуденный меридиан», смещаются к западу.

После проведенного анализа легко понять, что условия наблюдения Солнца в различные дни года теснейшим образом связаны не только с суточным, но и годичным движением Земли и, естественно, с условиями освещенности Земли Солнцем.

Спутниками полярного дня являются «белые ночи». Они наблюдаются на северных широтах, когда в период короткой летней ночи даже в полночь глубина погружения Солнца под горизонт не превышает $6 \div 7^\circ$, т. е. его высота в момент нижней кульминации $h_{HK} \geq -6 \div 7^\circ$.

При этом даже в полночь земная атмосфера над определенными широтами ($\varphi > 59 \div 60^\circ$) сильно подсвечивается Солнцем. Такими территориями являются места, расположенные к югу от границы полярного дня (в среднем на $600 \div 700$ км). Как известно, «белые ночи» наблюдаются на указанных широтах в периоды, близкие к летнему солнцестоянию.

Что касается тех областей, где наблюдаются полярные дни, то там существуют два периода «белых ночей» — непосредственно перед их наступлением и после завершения полярных дней.

Как вы хорошо знаете, наиболее быстро положение границы освещенности поверхности Земли изменяется вследствие ее суточного вращения. Смещение этой границы относительно полюсов планеты, в связи с изменением склонения Солнца, происходит в течении года довольно медленно. Для того, чтобы опре-

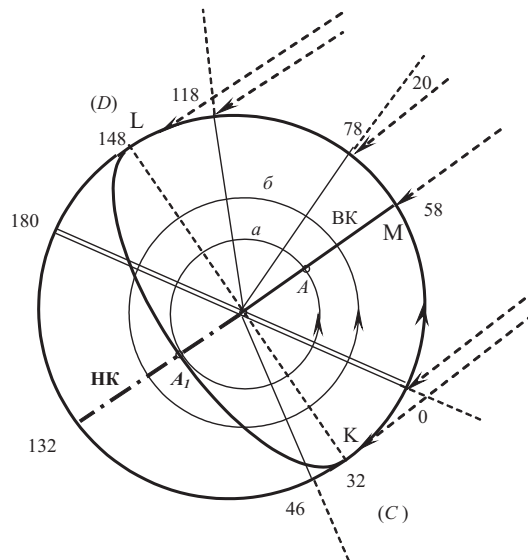


Рис. 4.10: Положение границы освещенности в заданные момент времени UT и дату (вид с Северного полюса)

делить ту часть земной поверхности, которая освещена в данный момент Солнцем, следует знать для данной даты не только его склонение, но и момент времени суток (по UT) (см. рис. 4.9, 4.10).

Ниже приводим пример, иллюстрирующий условия освещенности поверхности Земли в пунктах с конкретными координатами в заданные дату и момент времени. На этом рисунке зона полярного дня показана окружностью радиуса $90^\circ - \delta$. Зная момент UT, легко определить, на каких меридианах происходит верхняя и нижняя кульминации Солнца.

Граница освещенности на эту дату в момент UT показана линией KA_1L . В точке M в полдень Солнце наблюдается в зените. Поскольку в точках экватора день всегда равен ночи, то точки K (восход) и L (заход) Солнца отстоят по долготе на 90° к востоку и западу, соответственно, от полуденного меридиана.

Дано: 1 мая $\delta_\odot = +15^\circ 06'$ и пусть задан момент $UT = 3^h 12^m$, т. е. столько времени прошло с момента нижней кульминации Солнца на начальном меридиане.

Решение:

1. зона полярного дня будет расположена на широтах $\varphi > 74^\circ 54'$ с. ш.;
2. в указанный момент UT нижняя кульминация Солнца будет происходить на меридиане с долготой $\lambda = 48^\circ$ з. д. А в пункте A_1 с координатами $\varphi = 74^\circ 54'$ с. ш. и $\lambda = 48^\circ$ з. д. — Солнце наблюдается на горизонте;
3. верхняя кульминация Солнца в этот момент происходит на меридиане с $\lambda = 132^\circ$ в. д. Причем в пункте M с $\varphi = \delta_\odot = +15^\circ 06'$, $\lambda = 132^\circ$ в. д. Солнце в полдень находится в зените. Тогда же в пункте B с $\varphi = 74^\circ 54'$ ю. ш., $\lambda = 132^\circ$ в. д. Солнце в полдень наблюдается на горизонте. Географическая параллель точки B является границей полярной ночи на 1 мая;
4. точки K и L экватора, в которых в данный момент времени наблюдается восход и заход Солнца, имеют следующие координаты: $\varphi_{K,L} = 0^\circ$, а их долготы — $\lambda_K = 42^\circ$ в. д., $\lambda_L = 222^\circ$ в. д. (см. рис. 4.10).

Глава 5

Измерение времени в астрономии. Связь шкал времени

5.1 Проблема координатно-временного обеспечения (КВО) на рубеже XX — XXI веков

Время, как и пространство, являются фундаментальными формами существования материи. Посредством времени изучаются динамические и эволюционные характеристики материального мира, и это невозможно без установления точной шкалы времени.

Измерение времени, как известно, базируется на суточном вращении Земли. Это движение является тем естественным регулярным процессом, который на протяжении всей обозримой истории человечества был наилучшим временным эталоном. Важно при этом заметить, что сама человеческая жизнь на Земле тесно связана с этим космическим ритмом.

Итак, главной единицей времени являются сутки, в течение которых наша планета совершает полный оборот вокруг своей оси относительно какой-либо фиксированной точки на небесной сфере: это либо звезда, либо центр видимого солнечного диска, либо некоторая математическая точка с известными координатами. В зависимости от выбора нуля-пункта отсчета сутки бывают звездными и солнечными. При астрономических наблюдениях эквивалентом тех и других суток является *промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями избранных точек небесной сферы на данном меридиане. Мерой времени, протекшего после кульминации, является часовой угол избранной точки неба.*

На практике проще всего воспользоваться звездой с очень малым собственным движением, или, например, квазаром. Однако, точка весеннего равноденствия (Υ) традиционно сохраняется в данной задаче, поскольку ее вековое движение среди звезд, обусловленное прецессией, изучено с высокой точностью. Более того, эта точка является нуль-пунктом отсчета прямых восхождений.

Простейшим видом времени, которое можно определить непосредственно из наблюдений, является *звездное время, измеряемое часовым углом точки Υ* . В момент верхней кульминации этой точки, когда меридиан места наблюдения направлен на эту точку, звездное время, измеряемое ее часовым углом, $S = 0^h 0^m 0^s$. Этот момент является началом звездных суток.

В любой момент звездных суток звездное время можно определить как часовой угол Υ , согласно известной зависимости:

$$t_{\Upsilon} = S = \alpha_{\star} + t_{\star}, \quad (5.1)$$

где $t_{\star}$ — часовой угол звезды с данным $\alpha_{\star}$.

В момент верхней кульминации избранной звезды ее $t_{\star} = 0^h 0^m$, тогда

$$t_{\Upsilon} = S = \alpha_{\star}. \quad (5.2)$$

Итак, фиксируя с высокой точностью последовательные кульминации звезд с известными прямыми восхождениями, мы определяем не только продолжительность звездных суток, но и находим звездное местное время в соответствующий момент этих суток.

В настоящее время точность регистрации моментов кульминаций звезд довольно высока ($10^{-4} \div 10^{-6}$ с). Такую точность удастся обеспечить не только за счет высокой точности регистрации моментов прохождения звезд через меридиан, но и использования при этом высокоточных современных эталонов времени. Введение в практику наблюдений атомных эталонов позволило, с одной стороны получить в конце XX в.

независимую от вращения Земли шкалу равномерного времени, а с другой — обнаружить и изучить различного рода периодические и непериодические вариации суточного вращения нашей планеты. Шкала атомного времени АТ задается совокупностью ряда атомных эталонов. В основе атомных стандартов используется период собственных колебаний атома цезия (^{133}Cs).

Шкала этого времени оказалась наиболее стабильной, легко воспроизводимой и позволяющей осуществлять надежный контроль и согласование времени. Шкала АТ не зависит от астрономических наблюдений и движения небесных тел, поэтому это время служит основой для изучения динамики небесных тел, а также неравномерности вращения Земли. В результате проведения в течение ряда десятилетий определения продолжительности звездных суток с использованием высокостабильных эталонов атомного времени были установлены многочисленные вариации суточного вращения Земли как сложной физико-механической системы.

Скорость вращения Земли зависит от многих факторов различной природы. В настоящее время они стали предметом серьезного изучения в области высокоточной астрометрии, небесной механики и геодинамики. В ряде самых тонких экспериментов в науке и технике, в особенности при наблюдениях, связанных с лазерной и радиолокационной светодальностью и радиоинтерферометрией, требуется согласование временных эталонов с точностями порядка $10^{-6} \div 10^{-12}$ с и менее. Такую точность обеспечивают только атомные стандарты времени.

В наше время развитие космических методов изучения Земли и введение шкалы атомного времени дали возможность поднять на более высокий уровень состояние опорных наземных сетей, и в том числе повысить точность определения положений космических объектов. Это создало в астрономической науке единую и цельную проблему координатно-временного обеспечения (КВО).

5.2 Звездные и солнечные сутки. Звездное и солнечное время

При изучении темы времени будем полагать, что вращение Земли вокруг оси происходит достаточно равномерно, поскольку сейчас с высокой точностью можно определить численное значение тех поправок, которые позволяют «исправить» течение этого природного процесса.

Звездное время является чисто астрономическим временем. Оно играет важнейшую роль при проведении астрономических наблюдений. Зная звездное время, мы легко определяем вид звездного неба и положение того или иного объекта относительно меридиана. Звездные сутки, как уже отмечалось, обеспечивают определение реального периода и скорости вращения Земли со всеми их колебаниями.

В науке и в повседневной жизни используется солнечное время, течение которого связано со сменой дня и ночи и, несомненно, с основным жизненным ритмом всего человечества — солнечными сутками.

В чем же причина различия этих двух видов времени на Земле? Звездные сутки связаны лишь с суточным обращением Земли вокруг оси. Солнечные сутки помимо суточного, как основного, включают в себя еще некоторую долю годового обращения Земли вокруг Солнца. Как известно, оба движения Земли происходят в одном направлении — против хода часовой стрелки или с запада на восток (если смотреть с северного полюса планеты). Второе движение проявляется в том, что видимое положение Солнца среди звезд ежесуточно изменяется: оно окажется восточнее своего положения в предыдущие сутки примерно на 1° .

Итак, для наступления очередной кульминации Солнца Земле необходимо «довернуться» приблизительно на 1° по сравнению с повторной кульминацией звезд. По этой причине солнечные сутки продолжительнее звездных в среднем на 4 мин, которые требуются Земле для поворота на 1° .

В *тропическом году*, который играет первостепенную роль в исчислении времени, содержится $365.2422 \dots$ т. н. средних солнечных суток и соответственно $366.2422 \dots$ звездных суток.

По этой причине, число кульминаций точки весеннего равноденствия в году на единицу больше, чем кульминаций Солнца.

Звездные сутки не имеют дат. Солнечные сутки связаны со сменой даты. Их удобнее менять в момент нижней кульминации Солнца, т. е. в полночь.

Итак, каждая единица звездного времени короче солнечной. Полезно запомнить, что 1^h среднего солнечного времени продолжительнее 1^h звездного времени на $9.856 \dots^s$. Поэтому звездные часы идут быстрее солнечных: за 10^h солнечного времени они обгонят солнечные часы примерно на 100 секунд!

Различие шкал звездного и солнечного времени очень заметно сказывается на виде звездного неба в разные сезоны года. Если вы в определенный день заметили по своим солнечным часам (например, в $20 - 22^h$) положения известных звезд и созвездий относительно меридиана, то уже через несколько недель, а тем более месяцев, эти звезды прокульминируют заметно раньше и мы их найдем в это же время по нашим часам западнее меридиана.

Рассмотрим вопрос о расхождении шкал звездного и солнечного времени в течение года. Так, 21 марта (день весеннего равноденствия) обе кульминации точки Υ (ВК и НК) происходят практически одновременно с теми же кульминациями Солнца. Но уже через несколько суток кульминации Солнца по сравнению

с кульминациями начнут запаздывать, поскольку оно смещается к востоку относительно звезд, причем разность между их кульминациями будет возрастать в соответствии с возрастанием прямого восхождения Солнца, а оно ежесуточно возрастает в среднем на 4 минуты (более точно на $3^m56.5^s$).

Запишем в таблице экваториальные координаты Солнца в характерные дни года и соответствующие значения звездного времени в момент верхней кульминации Солнца для этих дат.

Таблица 5.1: Экваториальные координаты Солнца и звездное время в момент верхней кульминации Солнца в характерные дни года

Даты	$\alpha_{\odot}$	$\delta_{\odot}$	Звездное время в полдень ($t_{\odot} = 0^h$)	Часовой угол $t_{\odot}$ в 0^h звездного времени ($t_{\gamma} = 0^h$)
21.03; В. Р.	0^h	0°	$S = t_{\gamma} = 0^h$	$t_{\odot} = 0^h$ (полдень)
22.06; Л. С.	6^h	$+23^{\circ}26'$	$S = t_{\gamma} = 6^h$	$t_{\odot} = -6^h$ (утро)
23.09; О. Р.	12^h	0°	$S = t_{\gamma} = 12^h$	$t_{\odot} = 12^h$ (полночь)
22.12; З. С.	18^h	$-23^{\circ}26'$	$S = t_{\gamma} = 18^h$	$t_{\odot} = 6^h$ (вечер)

Из таблицы следует, что начало звездных суток (т. е. ВК точки весеннего равноденствия) в разные дни года приходится на различные часы солнечных суток. *Поскольку солнечные сутки продолжительнее звездных, то в течение каждого солнечных суток непременно происходит кульминация точки весеннего равноденствия.* Более того, для каждой звезды, в зависимости от ее прямого восхождения, можно найти дату, когда в определенные солнечные сутки происходят две верхние кульминации звезды: одна в полночь, другая — незадолго до следующей полуночи. Такую дату для этой звезды называют *критической*, она указана в АЕ (см. табл. «Видимые места звезд»).

На основании приведенной выше табл. 5.1 легко определить приближенное звездное время в полдень либо в полночь для любой даты, и узнать, какие звезды проходят наш меридиан в эти моменты суток. Звездное время, будучи чисто астрономическим, является тем важным параметром, который определяет вид звездного неба в любую дату и тот час, когда в оптимальных условиях (обычно вблизи меридиана) удастся осуществить нужную программу наблюдений.

Пример: воспользуемся данными этой таблицы и найдем приближенное звездное время в полночь 10-го июля.

Ближайшей характерной датой для привязки (табл. 5.1) является 22 июня (ЛС), когда $\alpha_{\odot} = 6^h$. Звездное время в полночь (НК_⊙) в эту дату: $S = \alpha_{\odot} + t_{\odot} = 6^h + 12^h0^m = 18^h0^m$. С 22 июня по 10 июля проходит 18 суток. За этот период $\alpha_{\odot}$ возрастает на $4^m \cdot 18 = 72^m = 1^h12^m$. Следовательно, звездное время в полночь в момент НК_⊙ на 16 июля, когда $\alpha_{\odot} = 7^h12^m$, составит: $S_{НК_{\odot}} = 7^h12^m + 12^h0^m = 19^h12^m$. Звезды с таким прямым восхождением будут проходить наш меридиан в полночь 10-го июля.

Итак, вследствие годового движения Земли, сопровождающегося видимым движением Солнца по эклиптике и возрастанием $\alpha_{\odot}$, происходит непрерывное изменение вида звездного неба в течение года.

5.3 Солнечное время — истинное и среднее. Уравнение времени

Истинное солнечное время, подобно звездному, можно определить из астрономических наблюдений, хотя и с меньшей точностью. Для этого надо определить часовой угол центра диска Солнца ($t_{\odot}$) в момент наблюдения. *Истинные солнечные сутки являются промежутком времени между двумя последовательными верхними кульминациями этой точки солнечного диска (т. н. истинными полуднями).* Этот момент соответствует строгому положению центра диска Солнца на небесном меридиане, когда $t_{\odot} = 0^h00^m$, азимут Солнца $A_{\odot} = 0^{\circ}$ и высота Солнца над горизонтом места наблюдения (над точкой юга) максимальна: $h_{\odot} = 90^{\circ} - \varphi + \delta_{\odot}$.

Как было уже отмечено, за момент начала солнечных суток принят момент нижней кульминации Солнца. Поэтому истинное солнечное время в полдень $T_{\odot} = 12^h00^m$. В любой другой момент времени этих суток часовой угол является мерой истинного солнечного времени: $T_{\odot} = 12^h + t_{\odot}$.

Солнечные сутки, будучи продолжительнее звездных, не удовлетворяют одному из главных свойств временного эталона — они не сохраняют своего постоянства, поскольку промежутки времени между реальными истинными полуднями в разные дни года неодинаковы. Однако вряд ли у землян появятся серьезные основания отказаться от солнечного времени еще и потому, что сейчас созданы искусственные стандарты времени, которые с очень высокой точностью воспроизводят их среднюю продолжительность.

В чем же причина неравномерного хода истинного солнечного времени? Такими факторами являются:

1. Неравномерность орбитального движения Земли вследствие эллиптичности орбиты.
2. Наклон земного экватора к плоскости орбиты (эклиптике).

Вследствие первой причины неравномерно возрастают эклиптические долготы Солнца, так как их изменение однозначно связано с поворотом радиус-вектора земной орбиты в соответствии с законами Кеплера (см. Главу 3). Следствием этого является также неравномерное изменение прямых восхождений Солнца.

Более сложное влияние на ход изменения прямых восхождений дневного светила оказывает наклон эклиптики к экватору, даже если бы Солнце равномерно смещалось вдоль эклиптики. В частности, вблизи дней равноденствия суточные приращения прямых восхождений оказываются меньше суточных приращений эклиптических долгот ($\Delta\alpha_{\odot} < \Delta\lambda_{\odot}$), а вблизи солнцестояний они больше ($\Delta\alpha_{\odot} > \Delta\lambda_{\odot}$) (рис. 5.1).

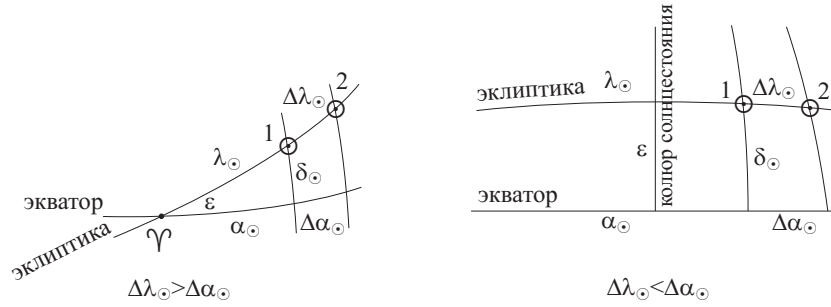


Рис. 5.1: Влияние наклона плоскости эклиптики к плоскости небесного экватора на изменение эклиптических и экваториальных координат Солнца

Поскольку прямые восхождения Солнца вследствие указанных причин изменяются весьма неравномерно, то часовые углы центра диска Солнца изменяются также неравномерно. Таким образом, истинное солнечное время не обеспечивает создание равномерной шкалы времени.

Получим математическую зависимость, которая описывает ход изменения прямого восхождения Солнца с учетом двух указанных факторов.

Для этого обратимся к сферическому прямоугольному треугольнику, образованному дугами эклиптики, экватора и кругом склонения Солнца (рис. 5.2).

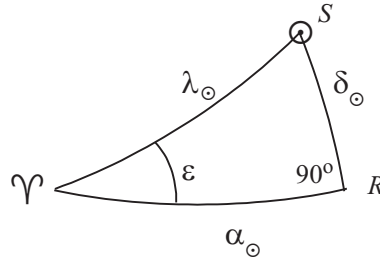


Рис. 5.2: Связь между эклиптическими и экваториальными координатами Солнца

Используя формулу пяти элементов для стороны $\delta_{\odot}$ и прямого угла R , получим

$$\begin{aligned}\sin \delta_{\odot} \cos 90^{\circ} &= \cos \lambda_{\odot} \sin \alpha_{\odot} - \sin \lambda_{\odot} \cos \alpha_{\odot} \cos \varepsilon, \\ \tan \alpha_{\odot} &= \tan \lambda_{\odot} \cos \varepsilon.\end{aligned}\quad (5.3)$$

В этом уравнении независимой переменной является время t , а зависимыми — $\lambda_{\odot}$ и $\alpha_{\odot}$. Продифференцируем это соотношение по времени:

$$\frac{d\alpha_{\odot}}{\cos^2 \alpha_{\odot}} = \frac{d\lambda_{\odot}}{\cos^2 \lambda_{\odot}} \cos \varepsilon. \quad (5.4)$$

Из того же сферического треугольника по теореме косинусов для стороны $\lambda_{\odot}$ имеем:

$$\cos \lambda_{\odot} = \cos \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot}. \quad (5.5)$$

Исключив в (5.4) $\cos^2 \lambda_{\odot}$, получим:

$$d\alpha_{\odot} = d\lambda_{\odot} \sec^2 \delta_{\odot} \cos \varepsilon. \quad (5.6)$$

Эта формула как раз и позволяет определить ход изменения прямого восхождения Солнца на любую дату при известном изменении долготы и склонения Солнца.

Для получения равномерного солнечного времени введено так называемое *среднее экваториальное Солнце*. Это воображаемая математическая точка, равномерно движущаяся по экватору с периодом, равным тропическому году.

Так как в течение тропического года прямое восхождение среднего Солнца изменяется на 24^h , то за одни средние сутки оно составит $\Delta\alpha_m = 3^m56.555^s$, а за один средний час — $\Delta\alpha_m = 9.856 \dots^s (\approx 10^s)$.

Прямое восхождение среднего Солнца можно вычислить с любой заданной точностью на любой день года. Буквой m будем обозначать в дальнейшем положение этой математической точки на небесной сфере.

Момент верхней кульминации среднего Солнца (т. е. точки m на рис. 5.3) называют *средним полуднем*, а по его часовому углу t_m находят *среднее солнечное время*: $T_m = 12^h00^m + t_m$.

По аналогии с истинным полуднем ($T_{\odot} = 12^h00^m$) в средний полдень $T_m = 12^h00^m$, но, как правило, эти физические моменты не совпадают. Это связано с различием прямых восхождений истинного (реального) Солнца и среднего (математического) Солнца в заданный физический момент и дату.

В видимом годовом движении среднее (математическое) и истинное Солнце смещаются в одном направлении — к востоку. Их прямые восхождения возрастают, но по-разному. В зависимости от дня года могут быть два случая, когда $\alpha_{\odot} > \alpha_m$, либо $\alpha_{\odot} < \alpha_m$.

В первом случае круг склонения истинного Солнца расположен восточнее круга склонения среднего Солнца. Тогда кульминация истинного Солнца запаздывает по сравнению со средним.

Во втором случае круг склонения истинного Солнца расположен западнее круга склонения среднего Солнца. Тогда в суточном движении истинное Солнце приходит на меридиан раньше, а разность истинного и среднего времен равна разности их часовых углов. Эту разность называют *уравнением времени*:

$$T_{\odot} - T_m = t_{\odot} - t_m = \alpha_m - \alpha_{\odot} = \eta. \quad (5.7)$$

Отсюда $T_m = T_{\odot} - \eta$. Таким образом, при определении среднего солнечного времени на основании истинного, необходимо учитывать уравнение времени.

Уравнение времени может быть как положительным, так и отрицательным. Его значение приводится в АЕ (табл. «Солнце»). В АЕ знак уравнения времени рассматривается как $T_{\odot} - T_m$. Из (5.7) следует, что если эта разность больше нуля, то $\alpha_{\odot} < \alpha_m$, т. е. истинный полдень наступает раньше среднего.

Истинное солнечное время может быть впереди или позади равномерного среднего времени в зависимости от даты наблюдения. *Четыре раза в году (14 апреля, 1 июня, 1 сентября, 24 декабря) уравнение времени равно нулю.* Тогда момент истинного и среднего полудней совпадают.

Среднее солнечное время является сейчас основным временем, как в астрономии, так и в повседневной жизни. Его ход воспроизводится с помощью высокоточных эталонов времени — атомных часов.

В астрономической практике нам часто необходимо знать точное среднее время, (т. е. показание средних часов, которыми мы пользуемся повседневно) в момент истинного полудня, т. е., когда диск Солнца (его центр) проходит меридиан места наблюдения.

Рассмотрим это на следующем числовом примере, сопровождая его схемой южной части небесной сферы (рис. 5.3), где показаны небесный меридиан, часть горизонта в окрестности точки юга, дуги эклиптики и суточного пути Солнца на дату наблюдения.

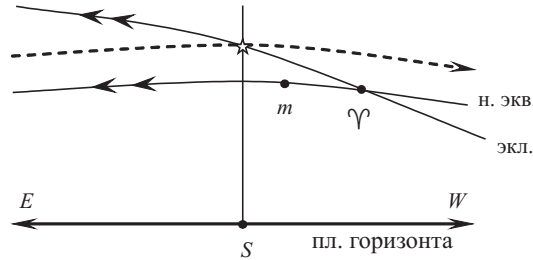


Рис. 5.3: Положение среднего Солнца в истинный полдень. Двойными стрелками показаны направления годового перемещения истинного и среднего Солнца

Возьмем дату 6.04.2000, $\alpha_{\odot} = 1^h00^m.8$, $\delta_{\odot} = +6^{\circ}29'$. Согласно АЕ в эту дату верхняя кульминация Солнца по среднему времени происходит в $12^h02^m.5$.

Итак, $T_{\odot} = 12^h00^m00^s$, $T_m = 12^h02^m.5$. Звездное время в полдень 6 апреля: $S = \alpha_{\odot} = 1^h00^m.8$.

На рисунке отмечен момент истинного полудня ($t_{\odot} = 0^h$). Точкой m обозначено положение среднего солнца в этот момент. Как видно, в эту дату средний полдень наступает раньше истинного на 2.5^m . В средний полдень ($T_m = 12^h00^m00^s$) истинное Солнце еще находилось восточнее меридиана ($\alpha_{\odot} > \alpha_m$). Таким образом 6.04.2000 уравнение времени ($\eta = T_{\odot} - T_m$) является отрицательным: $\eta = -02.5^m$.

Поскольку нами взят день года, когда среднее и истинное Солнце еще находятся недалеко от точки весеннего равноденствия, то на этом рисунке легко увидеть те дуги экватора, которые определяют их прямые восхождения и часовой угол точки весеннего равноденствия в полдень 6.04. Двойной стрелкой здесь показано направление видимого годового движения того и другого Солнца, за счет чего возрастают их прямые восхождения.

5.4 Местное время и долгота

В астрономии *местным временем* (средним или звездным) называют *время данного географического меридиана*. Напомним, что оно определяется часовым углом среднего Солнца или точки весеннего равноденствия в пункте наблюдения. Разность местных времен на двух меридианах в один и тот же физический момент равна разности географических долгот этих меридианов. Итак, если m_2 и m_1 (соответственно s_2 и s_1) — местные средние и звездные времена, то:

$$m_2 - m_1 = s_2 - s_1 = \lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda. \quad (5.8)$$

Если удастся в один физический момент сравнить местные времена для 2-х пунктов, то мы находим разность их долгот. Если же долгота одного из пунктов, например λ_1 , известна, то легко определить долготу другого пункта: $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$. На практике это достигается *только лишь сравнением местных звездных времен для двух избранных меридианов*.

Определение местного времени (как правило, звездного), составляет весьма сложную, трудоемкую задачу практической астрометрии. Еще в XIX в., для определения разности долгот проводилось непосредственное сравнение местных звездных времен, для чего создавались специальные хронометрические экспедиции. Примером классического решения подобной задачи явилось первое определение долготы Пулковского меридиана¹.

Сравнение местных времен в настоящее время проводится путем приема радиосигналов времени, а в последние десятилетия для этого используют системы спутниковой связи.

5.4.1 Системы среднего солнечного времени — использование в науке и повседневной жизни

Солнечное время, независимо от точности его определения в различные исторические эпохи, являлось и является регулятором жизнедеятельности общества. Оно имеет первостепенное значение в нашей повседневной жизни. На протяжении последних полутора столетий в астрономии происходило совершенствование методов измерения и хранения времени.

Прогресс в ряде областей науки в 60—70-е гг XX столетия привел к созданию физических эталонов атомного времени. За счет их использования удалось во много раз повысить точность определения времени, открыть неравномерность вращения Земли как природного эталона, согласовать систему среднего времени с атомным временем, установить равномерную шкалу времени и уточнить понятия среднего времени начального (гринвичского) меридиана. Таким временем является так называемое *согласованное или координированное всемирное время UTC*, которое передается по телевидению и радио.

Как было указано ранее, каждому меридиану в фиксированный физический момент соответствует свое местное время. Однако таких времен на земном шаре бесконечное множество. Неудобство использования в реальной жизни местных времен как и единого времени очевидно. В конце XIX в. возникла необходимость упорядочения системы счета среднего времени, в особенности для государств со значительной протяженностью по долготе.

Наилучшим вариантом явилось введение определенных дискретных времен для различных зон на Земле. Таким временем явилось *поясное время* (T_N)². Для этой цели земной шар был разделен на часовые пояса, в которых используется лишь среднее время основного или осевого меридиана данного часового

¹Первой фундаментальной работой по определению разности долгот, выполненной в Пулковской обсерватории в 1843–44 гг под руководством В. Я. Струве, было определение долготы пулковского меридиана, как нуля-пункта при проведении геодезических и картографических работ в России. Для этого использовался метод т. н. «перевозки хронометров», хранивших пулковское звездное время, для непосредственного сравнения этого времени с местным звездным временем в других обсерваториях. В 1925 г. такая же работа была проведена для определения разности долгот «Пулково—Гринвич», но уже с использованием приема радиосигналов точного времени. (см. [4], [5])

²Систему поясного времени предложил в 1879 г. канадский инженер Флеминг для трансатлантической железной дороги. Впервые часовыми поясами стали пользоваться в США с 1884 г. В начале XX в. поясное время стали постепенно вводить в европейских государствах. В России, начиная с 1918 г., поясное время ввели на флоте, а с 1919 — повсеместно.

пояса с номером $N(0, 1, 2, \dots, 23)$. Нулевой часовой пояс расположен на 7.5° к востоку и к западу от начального меридиана. *Среднее солнечное время этого меридиана называют всемирным (UT).*

Долготы основных меридианов кратны 15° : $\lambda_N = N \cdot 15^\circ$. Отсюда следует простая связь между поясным временем любого часового пояса и всемирным:

$$T_N = UT + N = m - \lambda + N. \quad (5.9)$$

Если ваши часы в данном пункте показывают точное поясное время T_N , то легко узнать в этот же момент среднее время на начальном меридиане.

Разность $T_N - UT$ составляет всегда целое число часов, а минуты и секунды в любом месте на Земле должны быть такими же, как на точных часах Гринвичской обсерватории.

Поясное время, являясь средним временем основного (осевого) меридиана данного часового пояса, используется в повседневной жизни на территории всего пояса в качестве единого времени. Очень часто такое время в обыденной жизни называют «местным».

Функциональность введения поясного времени очевидна. Только на границах часовых поясов происходит перевод времени на один час, в зависимости от направления вашего движения по долготе.

В пределах часового пояса, поскольку осевой меридиан расположен в его середине, разность между астрономическим местным и поясным временем, т. е. средним временем основного (осевого) меридиана, не превышает получаса.

Чем ближе данный пункт (по долготе) к осевому меридиану, тем меньше эта разность ($m_\lambda - T_N$). Однако момент наступления полудня по поясному и местному среднему времени будет зависеть от того, как расположен пункт наблюдения в часовом поясе относительно своего основного меридиана (в восточной или западной его половине).

Рассмотрим пример (см. рис. 5.4):

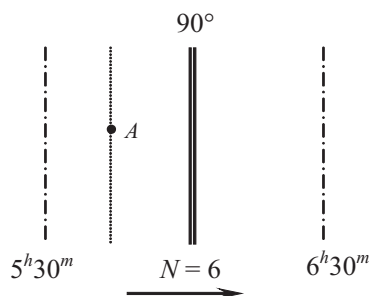


Рис. 5.4: К определению наступления полудня по поясному и местному времени в пункте A

Пусть некоторый населенный пункт имеет долготу $\lambda = 5^h 48^m$.

Вначале следует определить номер часового пояса. Как видно на схеме, меридиан с данной долготой расположен в западной части 6-го пояса. Затем определим поясное время в пункте A , когда там происходит средний полдень. Стрелкой показано возрастание долгот к востоку. Для пункта A разность между местным и поясным временем составляет 12 мин. В то время, когда на данном меридиане средний полдень ($m = 12^h 00^m$), то на осевом меридиане полдень уже прошел 12 мин. тому назад. Следовательно, средний полдень в пункте A происходит в $12^h 12^m$ по поясному времени.

Декретное время является аналогом поясного времени, его часто называют сезонным. В 1930 г. в Советском Союзе декретом правительства было введено так называемое декретное время со сдвигом на один час вперед относительно введенного ранее поясного времени. Наша страна относится к северным странам, где продолжительность светового дня в летний период времени велика ($15 \div 18^h$). Таким образом, на этих широтах создаются условия смещения трудовой деятельности на светлое утреннее время с целью экономии электроэнергии на нужды освещения вечером. Декретное время, которым на территории нашей страны мы обычно пользуемся, определяется как $T_d = T_N + 1^h$, и в настоящее время оно используется как *зимнее время*.

С 1981 г. в России мы пользуемся еще одним видом декретного времени, а именно *летним декретным временем*, которое соответствует среднему времени осевого меридиана, расположенного восточнее нашего часового пояса уже на два часа. Итак, $T_{sd} = T_N + 2^h$, тогда $UT = M = T_{sd} - (N + 2^h)$.

При использовании этих времен полдень в осенне-зимний период наступает около 13 часов, а в весенне-летний — около 14 часов.

На всей территории России в ряде областей (транспорт, связь и пр.) используется московское время. Им является соответствующее декретное время второго часового пояса ($N = 2$), т. е. $T_M^w = UT + (N + 1^h)$ — в зимнее время и $T_M^s = UT + (N + 2^h)$ — в летнее время.

С уточнением понятия всемирного времени и связи его с атомным временем, поясное и декретное время стали высокоточным временем, используемым нами в повседневной жизни. В настоящее время согласование средних времен на Земле достигло очень высокой точности ($10^{-9} \div 10^{-12}$ сек).

5.5 Связь шкал среднего и звездного времени

Одноименные промежутки времени, отнесенные к различным шкалам времени (звездной или средне-солнечной), неодинаковы. Это связано с неравенством одноименных единиц времени. Кроме того, шкала звездного времени непрерывно смещается относительно шкалы солнечного времени, вследствие этого начало звездных суток ($S = t_{\gamma} = 0^h 0^m$) в разные дни года приходится на различные моменты солнечных суток.

Как осуществляется связь между основными системами времени — средней и звездной? Исходя из действительного числа звездных и средних солнечных суток в тропическом году, можно определить соотношение между единицами звездного и среднего времени:

$$365.2422 \dots \text{ средних суток} = 366.2422 \dots \text{ звездных суток.} \quad (5.10)$$

Таким образом, в единице среднего времени (сутки, час, минута, секунда) содержится $\frac{366.2422 \dots}{365.2422 \dots}$ соответствующих единиц звездного времени, или, в более общей формулировке: в любом произвольном промежутке времени, измеренном в средних единицах, содержится в $\frac{366.2422 \dots}{365.2422 \dots}$ раз больше звездных единиц. Соответственно, в любом произвольном промежутке времени, измеренном в звездных единицах, содержится в $\frac{365.2422 \dots}{366.2422 \dots}$ раз меньше средних единиц. Приведенные рассуждения позволяют осуществить перевод *промежутков времени*, выраженных в одних единицах, в *те же* промежутки времени, но выраженные в других единицах.

Только что мы рассмотрели связь между единицами звездного и среднего времени. А теперь нам надо узнать, как устанавливается связь между основными системами времени. Нуль-пункты шкал звездного и среднего времени (начала соответствующих суток) являются «скользящими» — они непрерывно смещаются друг относительно друга в течение года. Для связи шкал звездного и среднего времени в Астрономическом Ежегоднике на каждую дату приводятся значения звездного времени в 0^h всемирного времени, т. е. в момент нижней кульминации среднего солнца на начальном меридиане. Обозначим эту величину через $S_0 = s(M = 0^h)$, который характеризует часовой угол точки весеннего равноденствия в указанный физический момент. Для связи шкал воспользуемся схемой, изображенной на рис. 5.5, представляющей своеобразную временную ось.

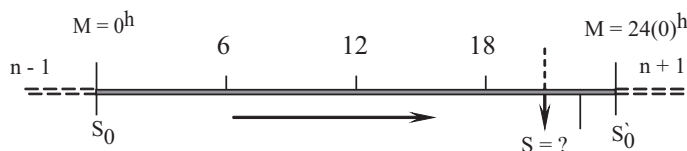


Рис. 5.5: Связь шкал звездного и среднего времени

Пусть по верхней линейке течет среднее время, а по нижней — звездное время. Жирной линией здесь выделены средние сутки. По среднему времени мы отмечаем не только время, но и меняем даты (например, дата n , а также две другие, смежные с заданной — $(n-1)$ и $(n+1)$). Вертикальными штрихами на схеме отмечены моменты $M = 0^h$ даты n и последующей даты $(n+1)$; для каждого из этих моментов указано звездное время S_0 и S'_0 в среднюю гринвичскую полночь (см. табл. АЕ «Звездное время»).

На практике приходится решать два вида задач по переходу от одной шкалы времени к другой. Решение обоих видов задач проще осуществить при помощи редукции на начальный меридиан.

Первым и наиболее часто встречающимся на практике видом задач является задача вычисления звездного времени s в пункте с долготой λ в фиксированный момент декретного (поясного) солнечного времени $T_d(T_N)$ в заданную дату.

Решение задачи осуществляется в следующем порядке:

1. Осуществить переход от декретного (зимнего или летнего) времени к поясному времени:

$$\begin{aligned} T_N &= T_{sd} - 2^h \text{ для летнего декретного времени,} \\ T_N &= T_{wd} - 1^h \text{ для зимнего декретного времени.} \end{aligned} \quad (5.11)$$

2. Перейти от поясного времени T_N к всемирному времени (среднему солнечному времени начального меридиана) $UT(M)$:

$$UT = T_N - N. \quad (5.12)$$

3. Всемирное время UT суть промежуток времени ΔM , прошедший с момента средней гринвической полночи до момента времени UT , измеренный в средних солнечных единицах. Переводим этот промежуток времени в звездные единицы и получим промежуток времени, прошедший с момента средней гринвической полночи ($UT = 0^h$, $M = 0^h$), в звездных единицах Δs :

$$\Delta s = \Delta M \frac{366.2422...}{365.2422...} \equiv UT \frac{366.2422...}{365.2422...}. \quad (5.13)$$

4. Звездное время в среднюю гринвическую полночь $s(M = 0^h) = S_0$ получаем из АЕ на заданную дату (обратите внимание на возможную смену даты на Гринвиче при переходе от поясного времени к гринвическому времени). Используя ранее полученное значение Δs , вычисляем звездное время на Гринвиче в заданный момент всемирного времени UT :

$$S = S_0 + \Delta s. \quad (5.14)$$

5. Осуществляем обратный переход от начального меридиана к пункту с заданной долготой λ и, используя правило «разность времен есть разность долгот», получаем искомое значение местного звездного времени s :

$$s = S + \lambda \text{ для пунктов восточнее Гринвича.} \quad (5.15)$$

Рассмотренная последовательность операций может быть выражена как

$$s(\lambda, T_N) = S_0 + (T_N - N) \frac{366.2422...}{365.2422...} + \lambda, \quad (5.16)$$

где T_N должно быть определено по зимнему или летнему декретному времени (если вычисления проводятся для территории России).

Вторым видом задач является определение местного среднего времени или поясного времени по звездному времени s в пункте наблюдения с долготой λ . Так, по сути дела, находят среднее время, поскольку оно непосредственно из наблюдений не определяется. Такую задачу решают в пунктах с хорошо известной долготой (ими являются астрономические обсерватории) посредством наблюдений кульминаций звезд с высокоточными значениями их прямых восхождений.

Решение задачи осуществляется в следующем порядке:

1. Производим редукцию местного звездного времени s на начальный меридиан используя правило «разность времен есть разность долгот» и получаем звездное время на Гринвиче S :

$$S = s - \lambda \text{ для пунктов восточнее Гринвича.} \quad (5.17)$$

2. Разность между звездным временем на Гринвиче S и звездным временем в среднюю гринвическую полночь S_0 суть интервал времени, прошедшего с момента средней гринвической полночи, выраженный в звездных единицах времени. Переводя его в средние единицы времени, получим интервал времени, прошедшего с момента средней гринвической полночи, выраженный в средних единицах времени ΔM или всемирное время UT :

$$\Delta M \equiv UT = (S - S_0) \frac{365.2422...}{366.2422...}. \quad (5.18)$$

3. По всемирному времени UT получаем поясное и соответствующее декретное время:

$$\begin{aligned} T_N &= UT + N, \\ T_{wd} &= T_N + 1^h, \\ T_{sd} &= T_N + 2^h. \end{aligned} \quad (5.19)$$

4. Местное среднее солнечное время m определяется используя правило «разность времен есть разность долгот» по всемирному времени UT и известной долготе заданного пункта λ :

$$m = UT + \lambda \text{ для пунктов восточнее Гринвича.} \quad (5.20)$$

Рассмотренная последовательность операций может быть выражена как

$$\begin{aligned}
T_N(s, \lambda) &= (s - \lambda - S_0) \frac{365.2422...}{366.2422...} + N, \\
T_{wd} &= T_N + 1^h, \\
T_{sd} &= T_N + 2^h, \\
m(s, \lambda) &= (s - \lambda - S_0) \frac{365.2422...}{366.2422...} + \lambda.
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Глава 6

Учет факторов, изменяющих видимое положение светил

6.1 Астрономическая рефракция. Ее учет

В курсе общей астрономии вы познакомились с этим физическим явлением, которое сказывается главным образом на результатах измерений зенитных расстояний небесных объектов. Преломление световых лучей в земной атмосфере происходит на границах слоев с заметным различием плотностей. Если световой луч, преодолевая границу раздела двух сред, переходит из среды с меньшей плотностью в среду с большей плотностью и соответственно с разными показателями преломления (например $n_1 > n$), то угол преломления r окажется меньше угла падения i . Подобный случай имеет место, когда проводятся астрономические наблюдения космических объектов. Наибольшее преломление лучей происходит в более плотных приземных слоях атмосферы. Согласно законам физики, лучи падающий и преломленный лежат в одной плоскости.

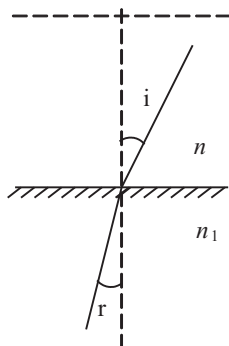


Рис. 6.1: Преломление лучей на границе двух сред

Вследствие сложного строения земной атмосферы и ее нестабильности астрономическая рефракция не поддается абсолютно точному учету. В настоящее время большое значение в уточнении теорий рефракции имеют данные *аэрологии* — науки о строении и динамике атмосферы, базирующиеся на различных современных методах зондирования атмосферы, включая зондирование с помощью космических аппаратов. В астрономической практике полагают, что если нам удалось с достаточной точностью учесть влияние рефракции, то наши измерения выведены за пределы земной атмосферы. Так возникает понятие об *истинном (внеатмосферном) зенитном расстоянии*.

Начиная с конца XIX в. были созданы несколько моделей строения атмосферы, которые позволили разработать теорию рефракции. Многие из них довольно сложны. Вы можете ознакомиться с некоторыми из них в [1].

Обратимся к простейшей модели, согласно которой слои атмосферы над пунктом наблюдения представлены в виде параллельных друг другу и поверхности Земли слоев с определенными градиентами показателей преломления, т. е. разобьем толщу атмосферы на множество слоев с характерными показателями преломления. Предположим, что на границе земной атмосферы (слой k) показатель преломления $n_k = 1$. У земной поверхности показатель преломления самый большой ($n_1 > 1$). Влияние рефракции на границах слоев в теории рефракции обычно называют *дифференциальной рефракцией* и обозначают ее

$\Delta\rho_i$, тогда полную рефракцию можно представить так:

$$\rho = \sum_{i=1}^k \Delta\rho_i. \quad (6.1)$$

Заметим, что такой же термин применяют при определении точных положений небесных объектов при фотографическом методе: относительное положение звезд на снимках может быть искажено дифференциальной рефракцией вследствие различия зенитных расстояний звезд, полученных на данном снимке.

На рис. 6.2 представлена упрощенная модель земной атмосферы. Нормалью к границам раздела двух смежных сред является направление отвесной линии AZ , т. A — пункт наблюдения. Здесь световой луч от светила принимается по направлению $A\sigma$, искаженному рефракцией.

Угол $\angle Z A \sigma = z_{\text{вид}}$ называется *видимым зенитным расстоянием*.

Угол $\angle Z M \sigma'$ образован неискаженным направлением светового луча и направлением на зенит. Его называют *истинным зенитным расстоянием*.

Как видно, $z_{\text{ист}} > z_{\text{вид}}$ и $z_{\text{ист}} = z_{\text{вид}} + \rho$, где $\rho = \angle AKM$.

Итак, рефракция измеряется углом между неискаженным $M\sigma'$ и искаженным $A\sigma$ в атмосфере направлениями световых лучей. Рефракция уменьшает измеряемое зенитное расстояние, поднимая светило над горизонтом. Найдем значение угла рефракции в рассматриваемой упрощенной модели. Это значение обычно рассматривают в качестве первого приближения во всех теориях рефракции.

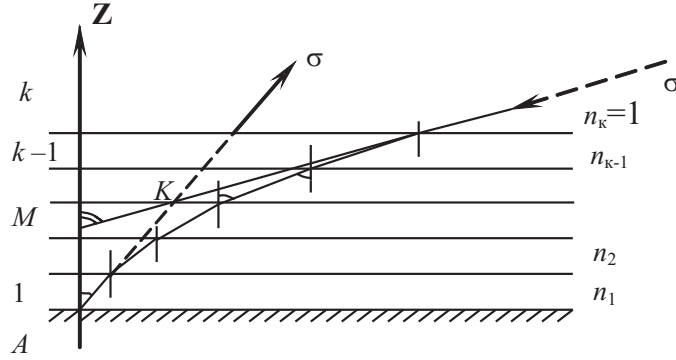


Рис. 6.2: Ход светового луча в атмосфере Земли

Для этого воспользуемся известным законом физики (законом Снеллиуса), описывающим связь между синусами углов падения и преломления на границе двух сред. Это известное инвариантное соотношение:

$$n \sin i = n_1 \sin r. \quad (6.2)$$

В нашей задаче введем для обозначения углов падения и преломления одну букву « i », добавляя к ней лишь соответствующие индексы смежных слоев (например: $i_k \rightarrow i_{k-1}$, $i_{k-1} \rightarrow i_{k-2}$ и т. д.). Такие же индексы введем и у показателей преломления.

Слой « k » на нашем рисунке расположен на границе земной атмосферы, где показатель преломления $n_k = 1$.

В данной модели для соседних слоев угол преломления в предыдущем слое равен углу падения в последующем слое.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin i_k}{\sin i_{k-1}} = \frac{n_{k-1}}{n_k} \\ \frac{\sin i_{k-1}}{\sin i_{k-2}} = \frac{n_{k-2}}{n_{k-1}} \\ \dots \\ \frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} \end{array} \right. \quad (6.3)$$

Поэтому при перемножении левых и правых частей этих уравнений «действие» промежуточных слоев исключается. В результате перемножения получим:

$$\frac{\sin i_k}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_k}. \quad (6.4)$$

Отношение n_1/n_k называют *относительным показателем преломления земной атмосферы у поверхности Земли*. Это одна из важных характеристик земного воздуха.

Перейдем от абстрактных углов « i » к зенитным расстояниям: $i_k = z_{\text{ист}}$, $i_1 = z_{\text{вид}}$. После чего (6.4) можно записать в виде

$$\frac{\sin(z_{\text{вид}} + \rho)}{\sin z_{\text{вид}}} = n. \quad (6.5)$$

Отсюда найдем значение угла рефракции ρ в зависимости от наблюдаемого в данном месте зенитного расстояния светила.

$$\frac{\sin z \cos \rho + \cos z \sin \rho}{\sin z} = n. \quad (6.6)$$

Рефракция — малый угол, поэтому $\cos \rho \cong 1$, $\sin \rho \cong \rho_{\text{rad}}$, или $\rho'' = \rho_{\text{rad}} \cdot 206\,264.8$, тогда:

$$1 + \rho_{\text{rad}} \cot z = n. \quad (6.7)$$

Из исследований оптических свойств земной атмосферы установлено, что показатель преломления земного воздуха $n = \sqrt{1 + 2s\rho}$, где ρ — его плотность. Она принимается за стандартную при температуре $t = 10^\circ\text{C}$ и давлении 760 мм ртутного столба. Тогда параметр $s = 0.0002825$.

В первом приближении $n = 1 + s = 1.0002825$. Подставим это значение в (6.7):

$$\begin{aligned} \rho_{\text{rad}} \cot z &= s = 0.0002825, \\ \rho'' &= 0.0002825 \cdot 206\,264.8 \cdot \tan z = 58.3'' \cdot \tan z. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Используя показатель преломления воздуха у поверхности Земли при $t = 0^\circ\text{C}$ и нормальном давлении ($n = 1.000292$), получим значение угла рефракции с несколько иным коэффициентом при $\tan z$.

$$\rho'' = 60.2'' \cdot \tan z. \quad (6.9)$$

Рефракцию, отнесенную к нормальным условиям указанным выше, часто называют *средней рефракцией*. Для получения истинного значения рефракции на данном зенитном расстоянии, но при других атмосферных условиях учитывают поправки за температуру и давление. Такие таблицы приводятся в АЕ.

Приведенные формулы (6.7, 6.9) позволяют провести учет рефракции с точностью до $\pm 1''$ при наблюдениях светил с зенитным расстоянием $z \leq 45^\circ$. Но уже на зенитных расстояниях $z \geq 70 \div 80^\circ$ реальное значение рефракции может отличаться от значения рефракции, полученного по формуле (6.9), на несколько минут ($2 \div 3'$). Значение рефракции вблизи горизонта получено из непосредственных измерений ($\rho \approx 35'$). Из-за трудностей учета рефракции на $z \geq 70^\circ$, как правило, не проводятся высокоточные астрономические измерения.

Экспериментальные определения рефракции проводятся на тех обсерваториях, которые заняты высокоточными определениями координат звезд и получением звездных каталогов.

Для этой цели в разные сезоны года проводятся специальные исследования рефракции. Первостепенное значение при этом имеют наблюдения незаходящих для данной обсерватории звезд, верхние кульминации которых происходят вблизи зенита (измерения зенитных расстояний этих звезд не искажены рефракцией), а нижние кульминации на значительных зенитных расстояниях. Сравнения измеренных и вычисленных высот, при использовании той или иной теории рефракции, позволяют найти реальные (близкие к истинным) значения рефракции. Заметим, что Пулковские таблицы рефракции, полученные в начале XX в, считаются и сейчас наиболее совершенными.

6.2 Суточный параллакс и его влияние на координаты тел солнечной системы

В случае бесконечно больших звездных расстояний можно пренебречь размерами Земли. Мы не раз подчеркивали, что измеренные даже с самой высокой точностью координаты звезд не зависят от географических координат пунктов наблюдения, т. е. их координаты оказываются геоцентрическими. Если же расстояния до светил сравнимы с размером Земли (ее радиусом), то проекции таких объектов на вспомогательную небесную сферу из различных пунктов планеты окажутся неодинаковыми. Особенно большие различия положений имеют место для Луны. Очень заметны смещения метеоров и ИСЗ на фоне звезд, наблюдаемых с разных пунктов. Наблюдаемые смещения зависят от расстояния до данного объекта.

6.2.1 Топоцентрические и геоцентрические координаты. Их использование

Непосредственно наблюдаемые координаты светила, полученные из измерений с поверхности Земли или пункта с известными географическими координатами, называют *топоцентрическими*. Более того, полученные из наблюдений топоцентрические координаты следует приводить к центру Земли, т. е. получать их *геоцентрические положения*. Для Луны и планет такие координаты на фиксированные моменты времени приводятся в АЕ. Различия между топоцентрическими и геоцентрическими положениями для Луны могут достигать порядка градуса, а для планет и астероидов лишь десятков угловых секунд. Так, например, для Венеры в нижнем соединении (максимальное сближение с Землей) эти положения могут различаться на $30 \div 31''$; для Марса (вблизи великих противостояний) до $10 \div 20''$ и т. д. В ряде наблюдательных задач необходимо от геоцентрических координат светила, полученных для нужных моментов времени из эфемерид АЕ, определять их топоцентрические координаты для соответствующих мест наблюдения на Земле.

Назовем наиболее известные задачи такого рода. Только топоцентрические координаты используются в теории солнечных затмений. Лишь тогда можно надежно рассчитать трассу полного солнечного затмения и определить положение центральной линии затмения, которую на Земле «прочерчивает» ось конуса лунной тени, предвычислить моменты контактов и продолжительность полной фазы для соответствующих мест. Подобные задачи решают также при расчетах условий покрытия звезд и планет Луной. При предвычислении этих явлений определяют не только моменты наблюдаемых покрытий и открытий в пунктах наблюдения, но и так называемые позиционные углы тех точек лунного лимба, в которых ожидается то и другое явление.

Высокоточные наблюдения этих явлений имеют очень важное значение в уточнении теории движения Луны и ее эфемерид, изучении краевых зон Луны, теории лунных либраций, а также вековых ускорений Луны. Расчет топоцентрических положений Венеры очень важен при предвычислении такого редкого явления как прохождение Венеры по диску Солнца. Специфика наблюдения тел Солнечной системы состоит в том, что видимые положения этих объектов существенно зависят от того, из каких пунктов нашей планеты проводятся измерения их координат.

6.2.2 Суточный и горизонтальный параллаксы

Проекции ближайших к Земле тел солнечной системы на небесной сфере, как было указано, зависят от того, из какой точки взято направление на светило. Различие топоцентрических и геоцентрических координат этих объектов описывают посредством явления, получившего название *суточного параллакса*. Мерой суточного параллакса является угол при светиле, под которым наблюдается соответствующий радиус Земли в пункте наблюдения. Этот угол удастся определить из сравнений топоцентрического и геоцентрического положения светила на небесной сфере, что показано на рис. 6.3.

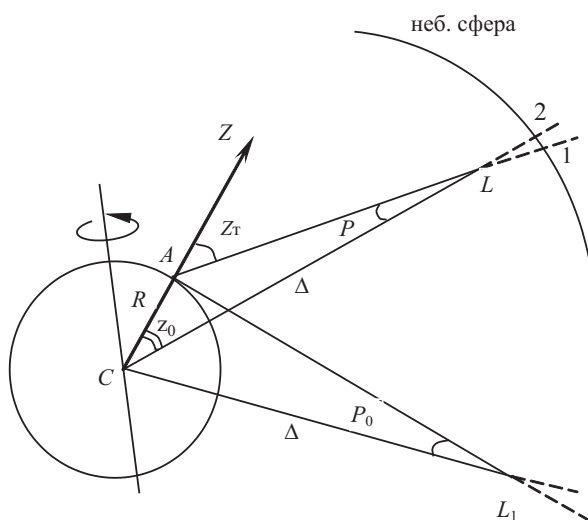


Рис. 6.3: Суточный и горизонтальный параллаксы

На земной поверхности показан пункт наблюдения (точка A), из которого получены направления на светило L и зенит в пункте наблюдения. Точке 1 на небесной сфере соответствует топоцентрическое положение, а точке 2 — его геоцентрическое положение. Как видно из рисунка $\angle ALC = \angle 1L2 = p$ — есть *суточный параллакс светила L в момент наблюдения*.

Из рис. 6.3 следует, что суточный параллакс можно представить как разность топоцентрического и геоцентрического зенитного расстояния при наблюдении светила в пункте А.

Здесь $\angle ZAL = z_t$, а $\angle ZCL = z_0$, тогда $\angle ALC = p = z_t - z_0$, причем, как видно, $z_t > z_0$. Таким образом, суточный параллакс есть разность топоцентрического и геоцентрического зенитных расстояний светила в момент наблюдения. Наибольшее значение суточного параллакса имеет место при положении светила в плоскости горизонта. Итак, при $z_t = 90^\circ$ суточный параллакс называют *горизонтальным*: на рис. 6.3 им является $\angle AL_1C = p_0$.

Из прямоугольного треугольника ACL_1 следует, что если известен горизонтальный параллакс, то можно определить расстояние до светила в радиусах Земли или в километрах. В настоящее время горизонтальные параллаксы для Луны и больших планет солнечной системы приводятся в АЕ. Их обычно относят к экваториальному радиусу Земли, (большой полуоси земного сфероида). Горизонтальный параллакс Луны заметно меняется вследствие эллиптичности лунной орбиты. Его среднее значение достаточно велико ($p_0 = 57'$), в то время как в перигее он равен $61.5'$, а в апогее — $53.9'$.

Из рис. 6.3 легко найти связь между *горизонтальным суточным* и *суточным* параллаксом. Для этого рассмотрим два треугольника ACL и ACL_1 .

$$\frac{R}{\Delta} = \sin p_0, \quad \frac{R}{\Delta} = \frac{\sin p}{\sin(180^\circ - z_t)}. \quad (6.10)$$

После простых преобразований получим:

$$\begin{aligned} \sin p &= \sin p_0 \sin z_t, \\ p &= p_0 \sin z_t. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Итак, для определения параллактического смещения Луны либо планеты солнечной системы следует знать p_0 и зенитное расстояние светила в данном пункте в момент наблюдения. Легко видеть — чем меньше зенитное расстояние, тем меньше величина параллактического смещения p . Ниже приводим формулы, по которым можно перейти от топоцентрического к геоцентрическому зенитному расстоянию и наоборот (используется соотношение (6.11) и то, что $p = z_t - z_0$):

$$\begin{aligned} z_t &= z_0 + p_0 \sin z_t, \\ z_0 &= z_t - p_0 \sin z_t. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Таким образом, если из наблюдений получено z_t , а из АЕ определен горизонтальный параллакс светила p_0 , то легко определить его геоцентрическое зенитное расстояние z_0 .

6.2.3 Влияние суточного параллакса на экваториальные координаты светил

Покажем, как влияет суточный параллакс на экваториальные координаты светил. Рассмотрим общий случай — произвольное положение светила относительно меридиана: $t_\sigma \neq 0^\circ$. В момент *верхней кульминации* параллаксом искажается лишь склонение. Для получения необходимых формул обратимся к рисунку небесной сферы (см. рис. 6.4).

Здесь показан вертикал $Z\sigma_0\sigma$ и круги склонения $P\sigma$, $P\sigma_0$ для топоцентрического σ и геоцентрического σ_0 положения светила, а также геоцентрический часовой угол t_0 . Дуга $\cap M_0$ является дугой экватора, измеряющей геоцентрическое прямое восхождение светила α_0 . Небольшая дуга вертикала $\cap \sigma\sigma_0 = p_0 \sin z_t$ — параллактическое смещение светила. Проведем дугу малого круга $K\sigma_0$, параллельную экватору. Тогда дуги $\cap M_0\sigma_0 = \delta_0$, $\cap M\sigma = \delta$ — соответствующие склонения для геоцентрического и топоцентрического положений светила. Из *малого плоского* прямоугольного треугольника имеем: разность склонений $\cap K\sigma = \Delta\delta$, где $\Delta\delta = \delta_0 - \delta_t$, а $\cap K\sigma_0 = \Delta t \cos \delta$. Из этого же треугольника имеем:

$$\begin{aligned} K\sigma &= \Delta\delta = \sigma\sigma_0 \cos q = p_0 \sin z_t \cos q, \\ K\sigma_0 &= \Delta t \cos \delta = \sigma\sigma_0 \sin q = p_0 \sin z_t \sin q. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Здесь, угол q при светиле σ , образованный направлениями на полюс и зенит является параллактическим углом.

Значения произведений $\sin z_t \cos q$ и $\sin z_t \sin q$ в (6.13) определим из основного сферического треугольника $PZ\sigma$, используя вначале формулу пяти элементов, а затем формулу синусов.

$$\begin{aligned} \sin z_t \cos q &= \sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \varphi) - \cos(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \varphi) \cos t, \\ \sin z_t \sin q &= \sin t \cos \varphi. \end{aligned} \quad (6.14)$$

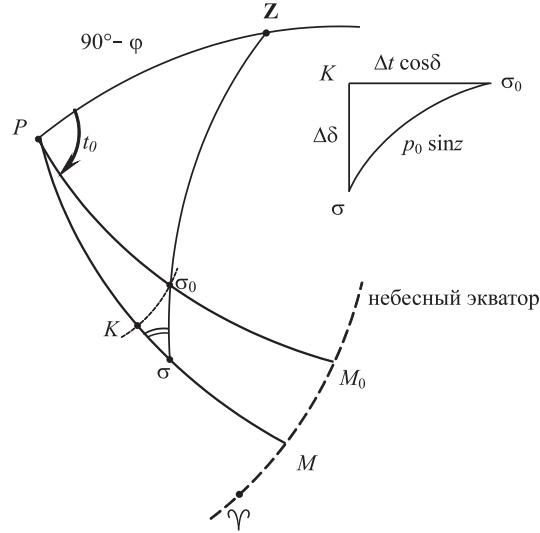


Рис. 6.4: Изменение экваториальных координат вследствие суточного параллакса

Значение параллактического угла q легко получить из формул (6.14), поделив второе уравнение на первое:

$$\tan q = \frac{\sin t \cos \varphi}{\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t}. \quad (6.15)$$

Из формул (6.13) и (6.14) получим выражения, позволяющие определить изменения часового угла Δt и склонения $\Delta \delta$ суточным параллаксом:

$$\begin{aligned} \Delta t &= p_0 \sin z_t \sin q \sec \delta = p_0 \sin t \cos \varphi \sec \delta, \\ \Delta \delta &= p_0 \sin z_t \cos q = p_0 (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t). \end{aligned} \quad (6.16)$$

С помощью формул (6.16) осуществляется приведение топоцентрических часового угла и склонения к геоцентрическим. Как видно из рис. 6.4, геоцентрический часовой угол t_0 меньше топоцентрического t . Прямое восхождение будет больше геоцентрического, поскольку прямые восхождения и часовые углы светила отсчитываются в разных направлениях ($\cap \cap M_0 > \cap \cap M$).

При высокоточном учете поправок в экваториальные координаты согласно (6.16), в особенности для Луны, необходимо в этих формулах использовать геоцентрическую широту. Для перехода от астрономической к геоцентрической широте служит формула:

$$(\varphi - \varphi')'' = \frac{206264.8}{2} (2f - f^2) \sin 2\varphi, \quad (6.17)$$

где f — экваториальное сжатие Земли ($f \approx 0.003$). Наибольшая разность $(\varphi - \varphi')$ достигает на широте $\varphi = 45^\circ$ и составляет на земном сфероиде величину $11.5'$.

6.3 Годи́чный параллакс и его влияние на координаты ближайших звезд

Явление годичного параллакса является одним из доказательств годичного движения Земли и указанием того, насколько расстояния до звезд, даже наиболее близких к Солнцу, огромны по сравнению с размерами земной орбиты. Близкой к Солнцу будет звезда, для которой нам удалось определить угол при звезде, под которым с нее видна большая полуось орбиты Земли (1 а. е.). При этом обычно рассматривают крайне узкий пространственный треугольник «Солнце—Земля—звезда» и записывают соотношение: $\sin \pi = a/\Delta$, где a — большая полуось орбиты Земли, Δ — расстояние до звезды, или

$$\pi'' = 206264.8 \frac{a}{\Delta}. \quad (6.18)$$

С удивительной малостью годичных параллаксов связан тот факт, что их первые измерения удалось осуществить лишь в 30-е гг. XIX в. Уже первые измерения годичных параллаксов имели исключительно важное значение в исследовании звездной Вселенной.

Из измерений тригонометрических параллаксов установлена единица звездных расстояний — *парсек*. Этой масштабной единице отвечает параллакс в одну угловую секунду. Из (6.18) следует, что $1 \text{ пк} = 206264.8 \text{ а. е.} = 3 \cdot 10^{13} \text{ км}$.

Расстояние до звезды в парсеках легко получить из соотношения:

$$\Delta = \frac{1}{\pi''}. \quad (6.19)$$

Тригонометрические, непосредственно измеренные параллаксы звезд, лежат в основе шкалы расстояний во Вселенной. Наиболее точное их определение реализуется до значений порядка 1000 пк. В астрономии шкала расстояний оказалась многоступенчатой. Ее удалось продлить вглубь пространства путем использования других, главным образом, астрофизических методов, которые тесно увязаны с тригонометрическими параллаксами.

Точность современных угловых измерений в оптическом диапазоне достаточно высока: $\pm 0.001 - 0.005''$. Тем не менее, и в наше время определение тригонометрических параллаксов звезд составляет одну из наиболее сложных наблюдательных задач, требующих применения самых крупных телескопов и, как правило, длительного времени наблюдения данной звезды (в среднем не менее 2—3 лет).

6.3.1 Параллактическое смещение

В идеальном случае любая звезда в течение года (вернее ее проекция на небесной сфере) копирует движение Земли, обращающейся вокруг Солнца. Назовем положение звезды на небесной сфере при ее проецировании из Солнца *гелиоцентрическим*, а из фиксированного положения Земли на орбите в дату наблюдения — *геоцентрическим*.

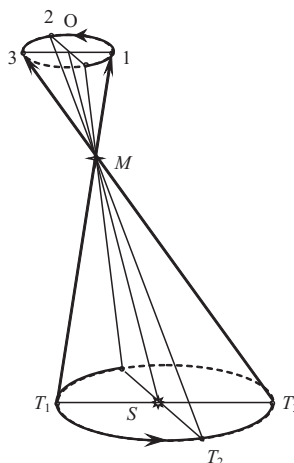


Рис. 6.5: Движение Земли по орбите и параллактический эллипс звезды на небесной сфере

На рис. 6.5 показана орбита Земли и несколько направлений на звезду M из разных точек земной орбиты. Положениям Земли на орбите $T_1, T_2, T_3, \dots$ однозначно соответствуют видимые геоцентрические положения данной звезды на небесной сфере 1, 2, 3, ..., смещенные относительно ее гелиоцентрического положения в т. O . Иными словами световой луч от звезды принимается в разных точках земной орбиты в плоскости, проходящей через Солнце, положение Земли на орбите и гелиоцентрическое положение звезды на небесной сфере. Эта плоскость изменяет свое положение в пространстве с годичным периодом, а звезда «испытывает» параллактическое смещение, описывая крайне малый параллактический эллипс относительно своего гелиоцентрического положения. Итак, линия «Земля—Солнце», т. е. радиус-вектор Земли на орбите, а также гелио- и геоцентрические направления на звезду находятся всегда в одной плоскости, которая вращается в пространстве.

Выделим одну из таких плоскостей (см. рис. 6.6): она проходит через продолженный радиус-вектор Земли (TSS'), где S' — проекция Солнца на эклиптику в дату наблюдения, а также гелиоцентрическое положение этой звезды O и ее геоцентрическое положение M' , смещенной параллаксом.

Параллактическое смещение при этом измеряется углом $\angle OMM' = \angle SMT = \Omega = \sphericalangle OM'$ на небесной сфере, т. е. им является угол при звезде, под которым видна большая полуось земной орбиты с расстояния Δ в дату наблюдения. В общем случае рассматривается звезда, которая находится между эклиптикой и полюсом эклиптики, другими словами, ее эклиптическая широта $\beta \neq 90^\circ$.

Для определения параллактического смещения также необходимо знать угол при Земле (T) между направлениями на звезду M и Солнце (S), определяющий угловое расстояние этой звезды относительно

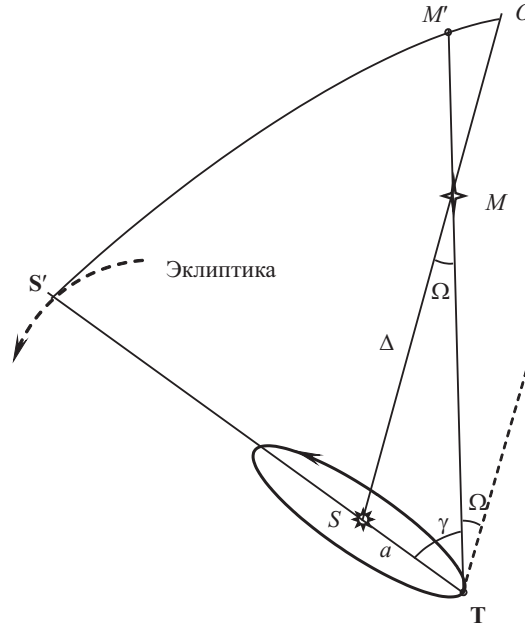


Рис. 6.6: Параллактическое смещение в дату наблюдения

Солнца в дату наблюдения. Обозначим этот угол $S'TM = \gamma$. Он, в свою очередь, несколько изменяется с годичным периодом для каждой звезды вследствие движения Солнца по эклиптике. Из треугольника «Солнце—Земля—звезда» имеем:

$$\frac{\sin \Omega}{a} = \frac{\sin \gamma}{\Delta},$$

$$\Omega'' = \left(206264.8 \frac{a}{\Delta} \right) \sin \gamma = \pi'' \sin \gamma. \quad (6.20)$$

Выделенную в скобках составляющую в последнем выражении обычно называют *постоянной годичного параллакса данной звезды*, обозначают ее буквой π и используют для определения расстояния до звезды. Таким образом, в общем случае параллактическое смещение звезды Ω в дату наблюдения

$$\Omega = \pi \sin \gamma. \quad (6.21)$$

6.3.2 Параллактический эллипс на небесной сфере. Приведение координат звезды к Солнцу

Вектор параллактического смещения звезды в течение года меняет свою ориентацию на небесной сфере в зависимости от положения Солнца на эклиптике (его долгота изменяется на 360°), при этом изменяется также и угол γ . Параметры параллактического эллипса проще всего представить в эклиптической системе координат. Для этого рассмотрим, как изменяются эклиптические координаты данной звезды: $\Delta\beta = \beta_0 - \beta$ и $\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda$. Здесь β_0 , λ_0 — гелиоцентрические, отнесенные к Солнцу, а β и λ — наблюдаемые широта и долгота звезды.

На рис. 6.7 показана небесная сфера в эклиптической системе координат. Здесь L — полюс эклиптики. В плоскости эклиптики отмечена точка весеннего равноденствия Υ и видимое положение Солнца на эклиптике S' . В дальнейшем эклиптическую долготу Солнца будем обозначать как $L_\odot$. Параллактическое смещение звезды ($\cap\sigma\sigma_0$) происходит в плоскости, проходящей через гелиоцентрическое место звезды σ_0 и видимое положение Солнца (S') в дату наблюдения.

Величина смещения, как ранее показано, измеряется дугой $\cap\sigma\sigma_0 = \pi \sin \gamma$.

Дуга эклиптики $\cap\Upsilon S' = L_\odot$ — эклиптическая долгота Солнца. На этом же рисунке показаны $\cap LR_0$ и $\cap LR$ — круги широт звезды для ее гелио- и геоцентрического положения соответственно. Тогда дуга эклиптики $\cap RR_0 = \Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda$, а дуга $\cap S'R \approx \cap S'R_0 = \lambda - L_\odot$.

Проведем дугу $\cap\sigma K$, параллельную эклиптике. Для получения параметров параллактического эллипса рассмотрим сферический треугольник $S'\sigma_0 R_0$ и полученный малый треугольник $\sigma\sigma_0 K$, которые являются прямоугольными. У них общий угол Q , образованный кругом широты звезды $L\sigma_0 R_0$ и плоскостью параллактического смещения звезды к Солнцу $\sigma\sigma_0 S'$. На рис. 6.7 показаны также элементы малого

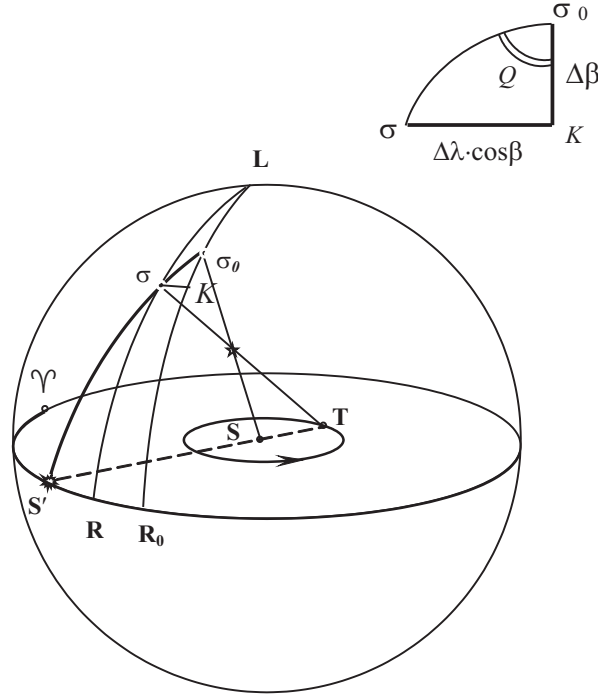


Рис. 6.7: Определение параметров параллактического эллипса

треугольника. Для предельно малого треугольника $\sigma\sigma_0K$ можно применить формулы плоского треугольника:

$$\begin{aligned}\sigma K &= \sigma\sigma_0 \sin Q = \pi \sin \gamma \sin Q = \Delta\lambda \cos \beta, \\ \sigma_0 K &= \sigma\sigma_0 \cos Q = \pi \sin \gamma \cos Q = \Delta\beta.\end{aligned}\quad (6.22)$$

Угол γ на небесной сфере с достаточной точностью представлен дугой $\sigma_0 S'$.

Произведения $\sin \gamma \cos Q$ и $\sin \gamma \sin Q$ получим из сферического треугольника $S'\sigma_0 R_0$, в котором $\cap \sigma_0 R_0 = \beta_0 \approx \beta$, дуга эклиптики $\cap S' R_0$ — есть разность эклиптических долгот звезды и Солнца на дату наблюдения, а дуга $S'\sigma_0 \approx \angle \gamma$.

$$\begin{aligned}\sin \gamma \cos Q &= \sin \beta \cos(\lambda - L_\odot) \quad \text{— по формуле пяти элементов,} \\ \sin \gamma \sin Q &= \sin(\lambda - L_\odot) \quad \text{— по формуле синусов.}\end{aligned}\quad (6.23)$$

Из формул (6.23), получим компоненты параллактического эллипса $\Delta\beta$ и $\Delta\lambda \cos \beta$ через эклиптические координаты звезды и Солнца. Итак,

$$\begin{aligned}\Delta\beta &= \pi \sin \beta \cos(\lambda - L_\odot), \\ \Delta\lambda \cos \beta &= \pi \sin(\lambda - L_\odot).\end{aligned}\quad (6.24)$$

Формулы (6.24) описывают уравнение эллипса в параметрическом виде, причем большая полуось этого эллипса параллельна эклиптике, а малая расположена вдоль круга широты. Из этих формул следует, что большая полуось зависит от расстояния до звезды, а малая полуось — от эклиптической широты звезды ($\sim \sin \beta$), т. е. чем ближе звезда к эклиптике, тем эллипс становится более сжатым.

Из полученных формул следует:

1. Наибольшее изменение эклиптической широты имеет место, когда долгота звезды равна долготе Солнца (соединение), либо долгота звезды равна $L_\odot + 180^\circ$ (противостояние звезды с Солнцем).
2. Наибольшее изменение по долготе $\Delta\lambda$ наступает, когда разность долгот звезды и Солнца $\lambda - L_\odot = \pm 90^\circ$. Такие положения звезды относительно Солнца называют *квадратурами*. Эти периоды довольно строго учитываются при составлении программы наблюдения звезды, параллакс которой подлежит определению. Исключением из этого являются лишь звезды, находящиеся вблизи полюса эклиптики.

Изменение эклиптических координат данной звезды годичным параллаксом сопровождается в свою очередь небольшими изменениями ее геоцентрических экваториальных координат. В Астрономическом ежегоднике приводятся формулы, с помощью которых определяются гелиоцентрические экваториальные координаты звезды с известным параллаксом. Необходимые поправки $\Delta\delta_\pi = \delta_{\text{геоц}} - \delta_{\text{гелиоц}}$ и $\Delta\alpha_\pi = \alpha_{\text{геоц}} - \alpha_{\text{гелиоц}}$ обычно учитывают при высокоточных определениях наиболее близких звезд, для которых параллакс $\pi \geq 0.1 \div 0.05''$. Наибольшие поправки, обусловленные годичным параллаксом, имеет самая близкая к нам звезда αCen (ее $\pi = 0.76''$).

Хотя изменения экваториальных координат звезд годичным параллаксом невелики, но при высокоточных определениях их положений, в особенности тех, по которым создается опорная система небесных координат, необходимо производить учет этих поправок.

Учет годичного параллакса в экваториальных координатах звезд называют *приведением к Солнцу*.

6.4 Аберрация света. Влияние на координаты светил

Одним из факторов, который оказывает заметное влияние на видимые положения светил, является, несомненно, аберрация света, которая обусловлена движениями Земли. Крайне малое изменение координат вносит суточное движение наблюдателя (суточная аберрация). Наибольшее влияние на наблюдаемые координаты всех светил оказывает годичная аберрация.

Ввиду значительной величины этого периодического изменения координат годичная аберрация была обнаружена задолго до первых измерений годичных параллаксов. Открытие аберрации принадлежит известному английскому астроному Джеймсу Брадлею. С целью обнаружения годичных параллаксов им был использован специальный телескоп для регистрации положений звезды в поле зрения этого телескопа, представлявшего систему координат, неподвижно связанную с Землей. Им наблюдались в течение нескольких лет звезды в области полюса эклиптики. Наибольшее число наблюдений было проведено для звезды γDra . Эта звезда, как и другие звезды в области полюса эклиптики, заметно изменяли в течение года свое положение в поле зрения «неподвижного» телескопа, однако направления смещений существенно отличались от ожидаемых параллактических.

6.4.1 Аберрация как явление

Уже в 1728 г. Брайлей дал объяснение обнаруженных им изменений положений звезд с годичным периодом. Благоприятными обстоятельствами для объяснения данного явления способствовали полученные в конце XVIII в. результаты первых определений астрономической единицы и скорости света (Кассини и Рише в период 1671—1673 гг. провели первое определение астрономической единицы, а Ремер в 1696 г. выполнил первое определение скорости света). Физическим обоснованием явления годичной аберрации являются следующие факторы:

1. Скорость движения Земли по орбите ($V_\oplus = 30$ км/с) сравнима со скоростью света (их отношение $V_\oplus/c \approx 10^{-4}$).
2. Скорость света величина конечная.

Суть в том, что если телескоп неподвижно связан с Землей, он будет представлять собой движущуюся в пространстве вместе с Землей систему, обеспечивающую неодинаковую регистрацию светового луча от данного светила в различные дни года. Поэтому, при наблюдении небесных объектов имеет место так называемый поворот светового луча в движущейся системе координат вследствие сложения скорости Земли и скорости света. Обратимся к рис. 6.8.

Пусть AO — направление оптической оси телескопа, направленной на звезду в предполагаемой неподвижной системе координат (таким направлением может быть гелиоцентрическое направление на светило, независимое от движения наблюдателя). Из-за конечной скорости света наблюдаемый нами объект не будет зарегистрирован на перекрестии сетки нитей телескопа, а смещен влево, пока световой луч пройдет путь от объектива до окулярной части телескопа.

Наблюдение звезды, как известно, завершается установкой звезды на перекрестии сетки нитей. Это достигается небольшим смещением оптической оси относительно наблюдаемого объекта в направлении, обратном движению Земли (наблюдателя), показанного стрелкой. На этом рисунке показано такого рода изменение оптической оси телескопа (OA_1), окулярная часть которого как бы отведена немного назад на малое расстояние A_1A , равное тому пути, на которое смещается наша планета за то малое время, которое требуется световому лучу для прохождения пути внутри нашей оптической системы ($A_1A = V_\oplus \Delta\tau$, где $\Delta\tau \neq 0$ — это то время, за которое световой луч проходит путь OA в оптической системе). Итак, OA_1 — направление на звезду, искаженное аберрацией. Угол между направлениями OA и OA_1 называют *абберационным поворотом или абберационным смещением*. На рис. 6.8 им является $\angle A_1OA = \angle \sigma O \sigma' =$

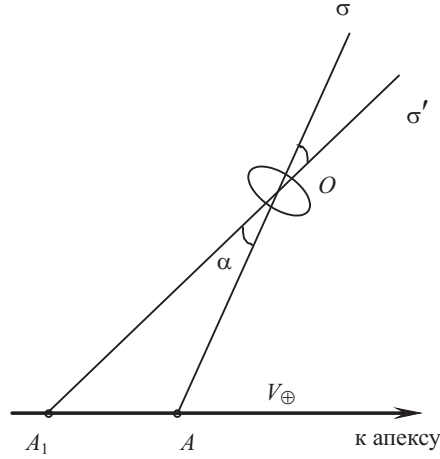


Рис. 6.8: Аберрационный поворот светового луча

α — определяющий аберрационное смещение звезды на небесной сфере. Аберрационное смещение светила, как видно, происходит в плоскости, проходящей через светило и вектор скорости движения наблюдателя. Таким образом, при наблюдении светил с движущейся Земли регистрируется их положение, смещенное к апексу, т. е. к точке небесной сферы, к которой направлен вектор скорости движения наблюдателя.

6.4.2 Аберрационное смещение, апексы. Постоянная годичной аберрации

Определим вначале координаты той точки небесной сферы, в которую направлен вектор годичного движения Земли. Из рис. 6.9 легко видеть, что этот вектор лежит в плоскости эклиптики и направлен в точку, которую называют *апексом Земли*.

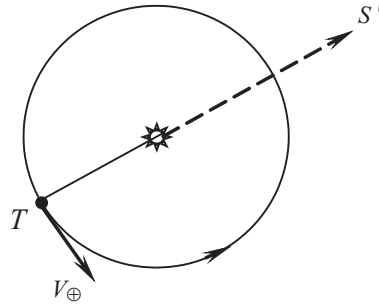


Рис. 6.9: Определение долготы апекса Земли

Пренебрегая эллиптичностью земной орбиты, легко найти координаты апекса Земли, т. е. той точки неба, в которую направлен вектор орбитального движения Земли в дату наблюдения. Как видно, направление на Солнце (S') и апекс составляют угол 90° для любого положения Земли на орбите.

Апекс Земли находится в такой точке эклиптики, которая лежит к западу от видимого положения Солнца в дату наблюдения. Итак, эклиптическая долгота апекса $L_A = L_\odot - 90^\circ$. В течение года долгота апекса изменяется от 0 до 360° . Так, например, в день летнего солнцестояния апекс находится в направлении точки весеннего равноденствия, тогда его долгота равна нулю, в день осеннего равноденствия $L_A = 90^\circ$ и т. д.

Вернемся вновь к рис. 6.8, где показаны угол аберрационного смещения α , а также величины отрезков $A_1A = V_\oplus \Delta\tau$, и $OA_1 \simeq OA = c\Delta\tau$. Обозначим угол между направлением на светило и вектор скорости движения наблюдателя через θ . Найдем величину аберрационного смещения (поворота светового луча), обусловленного движением наблюдателя вокруг Солнца.

Из треугольника AOA_1 имеем:

$$\frac{\sin \alpha}{AA_1} = \frac{\sin(180^\circ - \theta)}{OA_1}. \quad (6.25)$$

Здесь угол θ характеризует угловое расстояние звезды от апекса. Подставляя значения $AA_1 = V_\oplus \Delta\tau$

и $OA_1 = c\Delta\tau$, где $\Delta\tau \neq 0$, получим:

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{V_{\oplus}}{c} \sin \theta, \\ \alpha'' &= 206264.8 \frac{V_{\oplus}}{c} \sin \theta.\end{aligned}\quad (6.26)$$

После подстановки численных значений $V_{\oplus}$ и c — скорости света, получим, что абберационное смещение к апексу составляет $\alpha'' = k \sin \theta = 20.49'' \sin \theta$.

Параметр $k = 20.49''$ в этой формуле называют *постоянной годичной абберации*.

Влияние суточной абберации, апексом которой является точка востока, на видимое положение звезд невелико. Ее учитывают только при высокоточных астрометрических наблюдениях. Это уже связано с малой скоростью суточного движения наблюдателя. Постоянная суточной абберации $k = 0.32''$.

Итак, самое существенное влияние на видимое положение любого небесного объекта, как близкого, так и далекого, оказывает годичная абберация, искажающая как эклиптические, так и экваториальные координаты наблюдаемых объектов.

6.4.3 Абберационный эллипс в системе эклиптических координат

Рассмотрим, что собой представляет абберационный эллипс, который «описывает» любая звезда на небесной сфере относительно своего гелиоцентрического положения. Для этого обратимся к рис. 6.10. Здесь в эклиптической системе координат показано смещенное к апексу σ и не смещенное σ_0 положение звезды. Найдем разности эклиптических координат $\Delta\beta$, $\Delta\lambda$ для видимого и гелиоцентрического положений. Здесь дуга $\sigma\sigma_0$ — абберационное смещение, $\cap A\sigma \approx \cap A\sigma_0 = \theta$ — угловое расстояние звезды от апекса (точка A), $\cap \Upsilon A$ — долгота апекса, равная $\lambda_A = L_{\odot} - 90^\circ$, β_0 , λ_0 — гелиоцентрические координаты, β , λ — видимые эклиптические координаты светила.

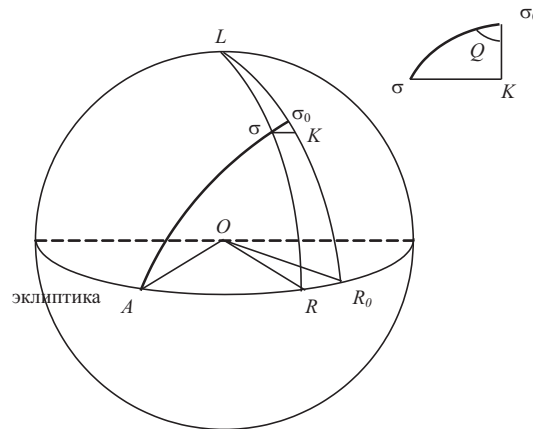


Рис. 6.10: Определение параметров абберационного эллипса

Проведем дугу $K\sigma$ — сферический перпендикуляр к кругу широты. Тогда $\cap \sigma_0 K = \beta_0 - \beta$, $\beta_0 > \beta$, $\cap \sigma K = (\lambda_0 - \lambda) \cos \beta$, заметим, что $\cos \beta_0 \approx \cos \beta$.

Отрезки $\sigma_0 K = \Delta\beta$ и $\sigma K = \Delta\lambda \cos \beta$ — взаимно перпендикулярные составляющие абберационного эллипса. Из малого сферического треугольника $\sigma\sigma_0 K$ можно записать:

$$\begin{aligned}\Delta\beta &= \sigma_0 K = \sigma\sigma_0 \cos Q = k \sin \theta \cos Q, \\ \Delta\lambda \cos \beta &= \sigma K = \sigma\sigma_0 \sin Q = k \sin \theta \sin Q.\end{aligned}\quad (6.27)$$

Из сферического треугольника $A\sigma_0 R_0$ (тоже прямоугольного), в котором дуга $AR_0 \cong \lambda - \lambda_A = \lambda - (L_{\odot} - 90^\circ)$, запишем:

$$\begin{aligned}\sin \theta \cos Q &= \sin \beta \sin(L_{\odot} - \lambda) \quad \text{— по формуле пяти элементов,} \\ \sin \theta \sin Q &= \cos(L_{\odot} - \lambda) \quad \text{— по формуле синусов.}\end{aligned}\quad (6.28)$$

Итак, согласно (6.27) имеем:

$$\begin{aligned}\Delta\beta &= k \sin \beta \sin(L_{\odot} - \lambda), \\ \Delta\lambda \cos \beta &= k \cos(L_{\odot} - \lambda).\end{aligned}\quad (6.29)$$

Полученные соотношения характеризуют параметры абберационного эллипса, его большую и малую полуоси.

1. $\Delta\beta = 0$, если $L_{\odot} = \lambda$, тогда $\Delta\lambda \cos \beta = k$ — постоянной годичной абберации, т. е. большая полуось абберационного эллипса параллельна эклиптике.
2. $\Delta\lambda \cos \beta = 0$, если $L_{\odot} - \lambda = \pm 90^\circ$.

Малая полуось абберационного эллипса ориентирована вдоль круга широты звезды и равна $k \sin \beta$, т. е. абберационный эллипс, как и параллактический (для близких звезд) тем сильнее сжат, чем ближе звезда к эклиптике, хотя пространственная ориентация их осей различна.

6.4.4 Влияние годичной абберации на экваториальные координаты звезд. Видимые места звезд на дату наблюдения

Поскольку абберация света вносит наиболее значительные изменения в наблюдаемые положения звезд с годичным циклом, поэтому при всех астрометрических наблюдениях приходится пользоваться видимыми координатами, используя или учитывая те поправки в экваториальных координатах, которые обусловлены годичной абберацией.

Для определения величины вносимых абберацией поправок в α и δ звезд обратимся к экваториальной системе координат (рис. 6.11).

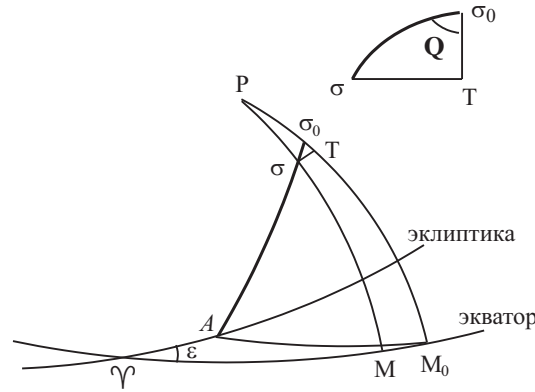


Рис. 6.11: Влияние годичной абберации на экваториальные координаты звезд

На этом рисунке $\sigma_0(\alpha_0, \delta_0)$ — несмещенные абберацией координаты звезды, $\sigma(\alpha, \delta)$ — видимое положение звезды, $\cap\sigma\sigma_0$ — абберационное смещение к апексу (т. А), долгота которого $\cap\cap A = L_{\odot} - 90^\circ$.

Определим значения поправок $\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_{\text{вид}}$ и $\Delta\delta = \delta_0 - \delta_{\text{вид}}$.

Здесь α_0, δ_0 — будем называть средними координатами, свободными от влияния годичной абберации. Обычно ими являются координаты звезды на дату наблюдения, в которых учтена прецессия и собственные движения.

Проведем дугу $\cap\sigma T$, параллельную небесному экватору или сферический перпендикуляр к кругу склонения звезды. Рассматривая малый сферический треугольник $\sigma\sigma_0 T$, можно записать:

$$\begin{aligned}\sigma_0 T &= \Delta\delta = \sigma\sigma_0 \cos Q = k \sin \theta \cos Q, \\ \sigma T &= \Delta\alpha \cos \delta = \sigma\sigma_0 \sin Q = k \sin \theta \sin Q.\end{aligned}\quad (6.30)$$

Для раскрытия произведений $\sin \theta \cos Q$ и $\sin \theta \sin Q$ обратимся к сферическому треугольнику «звезда—апекс—точка M_0 экватора»:

$$\begin{aligned}\sin \theta \cos Q &= \cos AM_0 \sin \sigma_0 M_0 - \sin AM_0 \cos \sigma_0 M_0 \cos AM_0 \sigma_0 \quad \text{— по формуле пяти элементов,} \\ \sin \theta \sin Q &= \sin AM_0 \sin AM_0 \sigma_0 \quad \text{— по формуле синусов.}\end{aligned}\quad (6.31)$$

Здесь $\cap\sigma_0 M_0 = \delta_0$.

Далее, для определения других величин в (6.31) обратимся к сферическому треугольнику $\cap AM_0$, элементами которого являются $\cap\cap A = \lambda_A$ — долгота апекса, $\cap\cap M_0 = \alpha_0$ — прямое восхождение звезды и известный угол ε — угол между эклиптикой и экватором.

Заметим, что $\angle\sigma_0 M_0 \cap = 90^\circ$, т. к. круг склонения звезды перпендикулярен экватору. Этот угол состоит из двух углов: $\angle AM_0 \sigma_0$ и $\angle AM_0 \cap$. Поэтому

$$\begin{aligned}\cos AM_0 \sigma_0 &= \sin AM_0 \cap, \\ \sin AM_0 \sigma_0 &= \cos AM_0 \cap \quad \text{— по формулам приведения.}\end{aligned}\quad (6.32)$$

Значения ряда величин в правой части соотношений (6.31) найдем из треугольника ΥAM_0 используя уравнения (6.32) по формулам косинусов, синусов и пяти элементов соответственно.

$$\begin{aligned}\cos AM_0 &= \cos \lambda_A \cos \alpha_0 + \sin \lambda_A \sin \alpha_0 \cos \varepsilon = \sin L_\odot \cos \alpha_0 + \cos L_\odot \sin \alpha_0 \cos \varepsilon, \\ \sin AM_0 \cos AM_0 \sigma_0 &= \sin AM_0 \sin AM_0 \Upsilon = \sin \lambda_A \sin \varepsilon = \cos L_\odot \sin \varepsilon, \\ \sin AM_0 \sin AM_0 \sigma_0 &= \sin AM_0 \cos AM_0 \Upsilon = \sin \alpha_0 \cos \lambda_A - \cos \alpha_0 \sin \lambda_A \cos \varepsilon = \\ &= \sin \alpha_0 \sin L_\odot - \cos \alpha_0 \cos L_\odot \cos \varepsilon.\end{aligned}\quad (6.33)$$

После внесения всех полученных в (6.33) величин в формулы (6.30) и (6.31) получим значения искоемых разностей $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$.

Окончательно получим:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha \cos \delta &= k(\sin \alpha_0 \sin L_\odot - \cos \alpha_0 \cos L_\odot \cos \varepsilon), \\ \Delta\delta &= k(\cos L_\odot \sin \delta_0 \cos \alpha_0 + \cos L_\odot \cos \varepsilon(\tan \varepsilon \cos \delta_0 - \sin \alpha_0 \sin \delta_0)).\end{aligned}\quad (6.34)$$

При выводе этих формул мы получили выражения для разностей $(\alpha_0 - \alpha)$, $(\delta_0 - \delta)$, где α , δ — видимые координаты звезды, измененные годичной абберацией.

В АЕ разности $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ рассматривается в смысле $(\alpha - \alpha_0)$ и $(\delta - \delta_0)$, тогда знак в этих соотношениях изменится на обратный.

Рассмотрим структуру полученных формул. Здесь удобно выделить два типа параметров: первые изменяются со временем в течение года (они связаны с долготой апекса), но в заданную дату они одинаковы для всех звезд; вторые — зависят только от экваториальных (обычно средних) координат звезды, видимое место которой следует определить.

Первые принято обозначать заглавными буквами (C, D) , вторые — малыми буквами, отдельно для прямых восхождений (c, d) и склонений (c', d') .

$$\begin{aligned}C &= k \cos L_\odot \cos \varepsilon, \\ D &= k \sin L_\odot.\end{aligned}\quad (6.35)$$

Малыми буквами обозначены следующие величины:

$$\begin{aligned}c &= \cos \alpha_0 \sec \delta_0, \\ d &= \sin \alpha_0 \sec \delta_0, \\ c' &= \tan \varepsilon \cos \delta_0 - \sin \alpha_0 \sin \delta_0, \\ d' &= \cos \alpha_0 \sin \delta_0.\end{aligned}\quad (6.36)$$

Указанные величины входят в формулу для нахождения поправки на абберацию в прямом восхождении и склонении. Разделение этих параметров было введено впервые Бесселем, и формулы в таком виде получили название формул Бесселя.

Поскольку поправки в прямое восхождение определяют во временных единицах, то в параметрах c , d вводится множитель $1/15$.

Итак,

$$\begin{aligned}\alpha - \alpha_0 &= Cc + Dd, \\ \delta - \delta_0 &= Cc' + Dd'.\end{aligned}\quad (6.37)$$

Заглавные буквы C , D в (6.37) называют редуцированными величинами, их значения на дату наблюдения имеются в АЕ. Годичную абберацию обычно учитывают с прецессией, нутацией и собственным движением звезд.

Для большого числа звезд в АЕ приводится таблица их «видимых мест» через 10 кульминаций на начальном меридиане. Эта эфемерида позволяет без использования редуцированных величин и формул (6.37) определять точные видимые координаты звезды на момент ее наблюдения на конкретном меридиане.

Глава 7

Изменение координат звезд, обусловленное изменением самой системы отсчета координат

7.1 Вековое и периодическое изменение координат звезд вследствие прецессии и нутации

Главным содержанием этой главы является вопрос о том, какие изменения в координаты звезд вносит тот факт, что со временем не сохраняется в пространстве положение тех плоскостей и направлений, которые используются при определении самих координат небесных объектов.

В нашем курсе не раз упоминалось, что ось суточного вращения Земли не сохраняет своего положения относительно звезд. Лишь только на очень малых промежутках времени можно считать, что ось Земли остается параллельной самой себе, вследствие чего полюс мира незначительно смещается среди звезд. По истечении десятков, сотен и более лет изменения становятся легко обнаружимыми. Полюс мира, как мы знаем, является главной точкой при создании экваториальной системы координат.

Первым указал на изменение координат звезд со временем величайший астроном Древнего мира Гиппарх (II в. до н. э.). Располагая наблюдениями положений ярких звезд зодиакального пояса в более ранние эпохи (IV в. до н. э.) и сравнивая их с собственными наблюдениями положений этих же звезд, Гиппарх установил, что эклиптические долготы этих звезд увеличиваются, тогда как широты их остаются неизменными.

Поскольку в то время астрономы считали сам «звездный каркас» на небе неизменным, то был сделан вывод, что на такую величину сместилась относительно звезд точка весеннего равноденствия, являющаяся с древних времен нульпунктом отсчета координат. Гиппарх определил не только направление сдвига этой точки, но и приближенную величину смещения.

Смещение точки весеннего равноденствия к западу, навстречу видимому годовому движению Солнца по эклиптике, было названо Гиппархом *предварением равноденствия*, которое впоследствии получило латинское название *прецессии*.

Первое объяснение явления прецессии как одного из следствий теории гравитации предложил Ньютон. Более детальное развитие теории прецессии как физического явления получило в трудах Лапласа, основателя небесной механики, а в последствии в трудах Даламбера и Л. Эйлера.

Итак, прецессией называют вековое изменение направления земной оси в пространстве, вызванное возмущающим гравитационным действием Луны и Солнца на избыточные массы Земли, сосредоточенные в экваториальной плоскости земного эллипсоида. При этом возникает пара сил, которая стремится повернуть плоскость земного экватора около линии равноденствия и совместить плоскости экватора и эклиптики.

Однако собственный механический момент суточного вращения Земли настолько велик, что эта пара сил вносит лишь небольшое дополнение вращению Земли. Огромность периода прецессии (около 26 000 лет) приводит к медленному смещению земной оси, а, следовательно, и небольшому смещению плоскости экватора и линии равноденствия в пространстве. Таким образом, изменение координат вследствие прецессии носит вековой характер. Общее явление вращательного движения Земли вокруг ее центра масс является кардинальным вопросом астрономической науки, вызывающим живой интерес как практиков — астрономов и геодезистов, так и теоретиков.

Мгновенная ось Земли определяет в пространстве очень важное направление, к которому относят положения светил на небесной сфере и положение пунктов на земной поверхности.

На приведенных ниже рисунках показано пространственное движение земной оси и линии равноденствия и отображенное на небесной сфере медленное (вековое) смещение полюса мира ($P_1, P_2, \dots, P_n$) среди звезд относительно полюса эклиптики, обусловленные как прецессией, так и нутацией.

Главное возмущающее действие на Землю оказывают Луна и Солнце. Это самое крупное вековое возмущение земной оси, получило название лунно-солнечной прецессии. При этом земная ось, как известно, описывает относительно перпендикуляра к плоскости эклиптики коническую поверхность с телесным углом в 2ε .

Возмущающее действие Луны и Солнца на Землю проявляется двояко и с разными периодами. Их рассматривают отдельно. Теория лунно-солнечной прецессии разработана в предположении, что орбита Луны в первом приближении сохраняет свое положение относительно земного экватора неизменной.

Однако на данное вековое возмущение накладывается, что было установлено из наблюдений, другое, сравнительно короткопериодическое возмущение, которое вносит Луна. В результате этого ось Земли совершает около своего среднего положения различные мелкие колебания, которые называют *нутацией*. Главное нутационное колебание земной оси имеет период в 18.6 г. За это время происходит полный поворот линии лунных узлов в пространстве. Следствием этого является существенное изменение ориентации плоскости лунной орбиты относительно земного экватора, в результате чего с указанным периодом изменяется склонение Луны. Таким образом, вектор лунного возмущения испытывает поворот в пространстве относительно земного экватора, где расположены избыточные массы Земли.

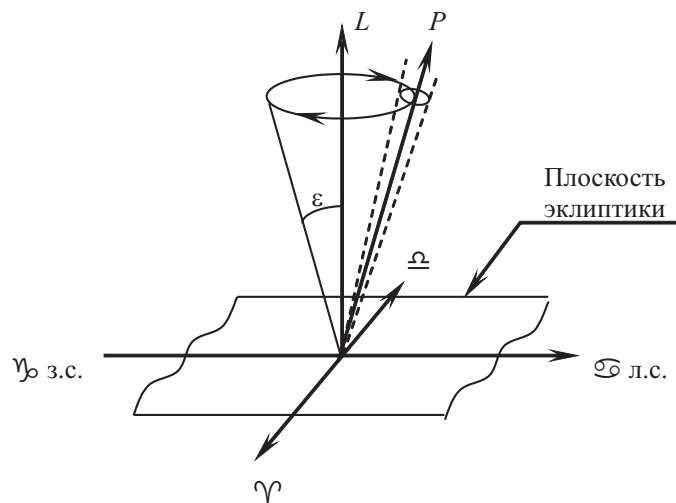


Рис. 7.1: Движение земной оси вследствие прецессии и нутации

Так, в частности, в годы, когда восходящий узел лунной орбиты совпадает с точкой весеннего равноденствия (долгота восходящего узла $\lambda_{\Omega} = 0^\circ$) лунная орбита составляет максимальный угол с экватором. Склонение Луны тогда может достичь значения:

$$\delta_{\text{Л}} = \pm(23^\circ 26' + 5^\circ 09') \approx \pm 28^\circ. \quad (7.1)$$

Через 9 лет в точку весеннего равноденствия приходит нисходящий узел (долгота восходящего узла $\lambda_{\Omega} = 180^\circ$). В этом случае лунная орбита окажется под эклиптикой, склонение Луны в эти годы минимально:

$$\delta_{\text{Л}} = \pm(23^\circ 26' - 5^\circ 09') \approx \pm 18^\circ. \quad (7.2)$$

На рис. 7.1 показано совместное действие на земную ось лунно-солнечной прецессии и нутации.

Явление нутации, связанное с периодическими колебаниями координат звезд (18.6 лет), было обнаружено из наблюдений Бадлеем в 1747 г. Им были также определены параметры нутационного эллипса ($9.2''$; $6.9''$) и ориентация его осей: большая полуось нутационного эллипса расположена вдоль колюра солнцестояний. Вследствие нутации несколько изменяется наклонение экватора к эклиптике и долгота точки весеннего равноденствия по отношению к ее среднему положению, обусловленному прецессией.

В настоящее время установлены другие менее значительные по величине колебания земной оси, которые связаны с необычайно сложным движением Луны. Они также получили название нутаций. Главным параметром при их расчете является долгота восходящего узла.

Положения полюса мира, небесного экватора и точки весеннего равноденствия, которые обусловлены вековым влиянием лунно-солнечной прецессии, называют средними, а их соответствующее положение, обусловленное нутацией, называют истинными.

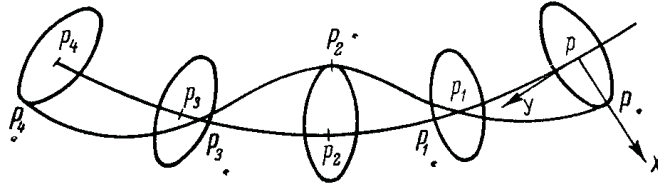


Рис. 7.2: Положение среднего и истинного полюсов на интервале времени 18.6 года

На рис. 7.2 синусоидальной линией показано движение истинного полюса, штрихами на сплошной дуге показаны положения $p_1, p_2, \dots, p_n$ средних полюсов в различные эпохи, а заглавными буквами P_n — точки, обозначающие различные положения истинного полюса относительно среднего через четверть главного периода нутации (18.6 года). Отсюда видно, что в точках P, P_2, P_4 сказывается наибольшая нутация по наклонности, а в другие годы максимально проявляется нутация по долготе (P_1, P_3). Совместное влияние на вращающуюся Землю прецессии и нутации приводит к тому, что полюс мира — важная точка в создании экваториальной системы координат, медленно смещаясь среди звезд, движется по сложной кривой.

7.2 Изменение средних координат звезд лунно-солнечной прецессией. Постоянные прецессии

Рассмотрим влияние лунно-солнечной прецессии на экваториальные координаты звезд α, δ , которые получили название средних. Эти изменения, как было уже указано, обусловлены изменениями положения полюса мира, небесного экватора и точки весеннего равноденствия, смещающейся к западу, что сказывается непосредственно на вековом возрастании эклиптических долгот звезд.

Для определения изменений средних координат ($\Delta\alpha, \Delta\delta$) за некоторый период времени τ , обусловленных лунно-солнечной прецессией, обратимся к рисунку небесной сферы (рис. 7.3), на котором показаны основные линии и направления, связанные с эклиптической и экваториальными системами координат. Для нахождения этих поправок необходимо сравнить экваториальные координаты звезды в две эпохи — некоторую фиксированную эпоху (T_0) и другую, отстоящую от первой на $T - T_0 = \tau$ лет. На этом рисунке показано разное положение экватора и точки весеннего равноденствия в указанные эпохи. В предыдущую эпоху T_0 полюс мира на нашем рисунке находится вне чертежа, а экватор расположен выше. На этом же рисунке показаны колюры солнцестояний и равноденствия в эпоху T , круг широты звезд $L\sigma K$ и круг склонения $P\sigma M$ в эпоху T .

Здесь Υ_0 и Υ — положения точек весеннего равноденствия в эпоху T_0 и T . Дуга $\Upsilon_0\Upsilon$ измеряет величину полной прецессии по долготе за указанный период времени $T - T_0$. Это смещение точки равноденствия сказывается на увеличении эклиптических долгот звезд.

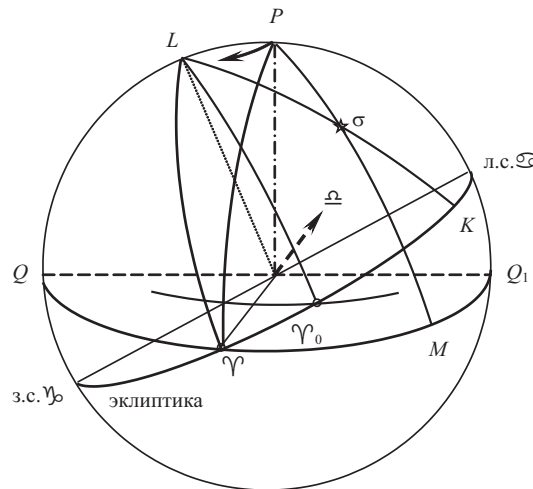


Рис. 7.3: Вековое изменение экваториальных координат звезды прецессией

Итак, если в эпоху T_0 эклиптическая долгота звезды была λ_0 , то в эпоху T долгота звезды будет $\lambda_0 + p$.

Широта звезды ($\cap\sigma K$) осталась прежней. Вековое смещение точки весеннего равноденствия и экватора, как было уже отмечено, вносит небольшие изменения экваториальных координат $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ со временем. Поэтому их изменения можно представить в виде монотонно убывающего математического ряда, каким может быть ряд Тейлора.

Итак, если α_0 , δ_0 — средние координаты звезд на эпоху T_0 , то их значения для эпохи T можно представить через производные этих координат по времени в виде:

$$\begin{aligned}\alpha - \alpha_0 &= (T - T_0) \frac{d\alpha}{dt} + \frac{(T - T_0)^2}{2!} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \dots, \\ \delta - \delta_0 &= (T - T_0) \frac{d\delta}{dt} + \frac{(T - T_0)^2}{2!} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \dots\end{aligned}\quad (7.3)$$

Только при большой разности эпох следует учитывать производные более высоких порядков. Если разность эпох $(T - T_0) \leq 10$ лет, то при нахождении значений средних координат звезд на эпоху T (относительно их значений в фиксированную эпоху T_0), без снижения точности их определения можно ограничиться первыми производными: $d\alpha/dt$ и $d\delta/dt$.

Для определения первых производных обратимся к астрономическому сферическому треугольнику $LP\sigma$ и формулам связи экваториальных и эклиптических координат (см. главу 3, раздел 3.5). На приведенных рисунках показаны элементы этого треугольника — стороны и углы. При этом неизменными во времени, т. е. независимыми от лунно-солнечной прецессии, являются элементы: β , λ_0 , и ε .

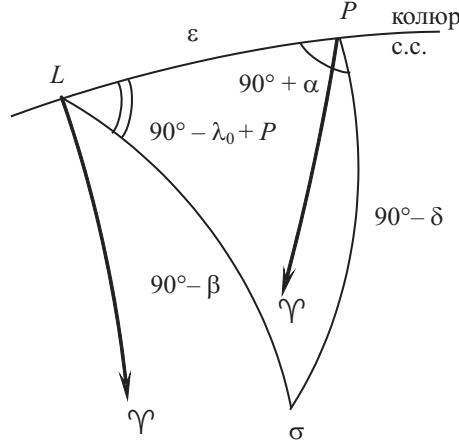


Рис. 7.4: Астрономический треугольник $LP\sigma$

Переменными параметрами являются искомые координаты звезд α , δ на эпоху T , изменение которых обусловлено полной прецессией по долготе p , действующей на интервале времени $T - T_0$, равный τ лет. Запишем основные формулы астрономического треугольника в виде:

$$\begin{aligned}\sin \delta &= \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin(\lambda_0 + p), \\ -\cos \delta \sin \alpha &= \sin \beta \sin \varepsilon - \cos \beta \cos \varepsilon \sin(\lambda_0 + p), \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos(\lambda_0 + p).\end{aligned}\quad (7.4)$$

Вначале получим значение первой производной склонения по времени, используя первую формулу в группе формул (7.4):

$$\cos \delta \frac{d\delta}{dt} = \cos \beta \sin \varepsilon \cos(\lambda_0 + p) \frac{dp}{dt}.\quad (7.5)$$

Подставив в это выражение третью формулу из группы формул (7.4) (произведение $\cos \beta \cos(\lambda_0 + p)$), получим

$$\frac{d\delta}{dt} = \sin \varepsilon \cos \alpha \frac{dp}{dt}.\quad (7.6)$$

Из этой формулы следует, что величина и знак изменения склонений зависит от прямых восхождений звезд. Легко понять, например, в какой части неба склонения звезд возрастают или убывают со временем, то есть экватор относительно звезд опускается или поднимается.

Далее найдем первую производную прямого восхождения от прецессии по времени. Для этого дифференцируем второе уравнение, используя для замены третье уравнение из группы (7.4) и значение полученной производной склонения по времени (7.6) получим:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \tan \delta \sin \alpha \sin \varepsilon + \cos \varepsilon \frac{dp}{dt}. \quad (7.7)$$

Отсюда следует, что изменения прямых восхождений вследствие прецессии существенно зависят не только от прямых восхождений, но и от склонений звезд, в особенности близполюсных.

В формулах (7.6) и (7.7) вместо dt возьмем фиксированный интервал времени, равный разности эпох $\Delta T = T - T_0$.

Пусть $(T - T_0) = 1$ год, тогда смещение точки весеннего равноденствия ($\cap \Upsilon_0 \Upsilon = p$) называют *годовой прецессией по долготы* (см. рис. 7.5). Ее значение приведено в АЕ: $50.29''$ (2000 г). Компонентами этой прецессии являются годовая прецессия по склонению и прямому восхождению: p_δ и p_α . Обычно их называют постоянными лунно-солнечной прецессии по прямому восхождению и склонению. Значения этих постоянных в АЕ приведены в следующих обозначениях: $p_\alpha = m$, $p_\delta = n$.

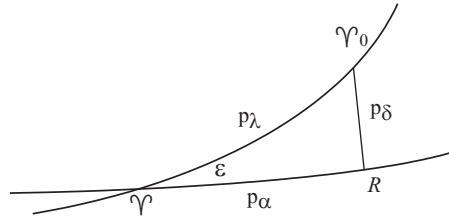


Рис. 7.5: Постоянные годичной прецессии p : p_α и p_δ

Из рис. 7.5 следует:

$$\begin{aligned} p_\alpha &= p \cos \varepsilon = m, \\ p_\delta &= p \sin \varepsilon = n. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Согласно АЕ (эпоха 2000): $m = 46.1245'' = 3.074^s$; $n = 20.043'' = 1.33^s$.

Параметры m и n во временных единицах используются при определении прямого восхождения звезды на эпоху T .

Итак, изменения средних координат звезды, обусловленные влиянием лунно-солнечной прецессии, можно записать через эти константы: Из рис. 7.5 следует:

$$\begin{aligned} \alpha - \alpha_0 &= (m + n \sin \alpha \tan \delta)(T - T_0), \\ \delta - \delta_0 &= n \cos \alpha (T - T_0). \end{aligned} \quad (7.9)$$

Как известно, каждая звезда имеет свое собственное движение, в результате чего на больших промежутках времени (в сотни и тысячи лет) происходит изменение конфигурации звезд в созвездиях, в то время как прецессия не влияет на взаимное расположение звезд на небесной сфере. Поэтому в формулах (7.9) к прецессионным изменениям координат добавляют их изменения за счет собственных движений (см. рис. 7.6).

На рис. 7.6 $\mu = \cap MM_1$ — смещение звезды на небесной сфере отнесенное к промежутку времени в 1 год. Параметры, учитывающие изменение средних координат звезд за год от прецессии и собственного движения в каждой координате (μ_α и μ_δ), названы их годовым изменением, которые представлены в АЕ для большого числа звезд (см. таблицу «Средние места звезд»). Учет изменений координат вследствие прецессии и собственных движений звезд называют приведением к заданной эпохе или равноденствию.

В звездных каталогах приводятся средние координаты звезд — их относят к строго фиксированной эпохе или равноденствию. Фиксированной эпохой является обычно начало так называемого *бесселева года*, когда эклиптическая долгота Солнца имеет определенное значение ($L_\odot = 280^\circ 00'$). Этот момент тропического года находится на рубеже старого и нового календарного года (31 декабря — 1 января). Каталоги двадцатого столетия были отнесены к эпохе равноденствия 1950. Современные каталоги уже получены для эпохи 2000.

7.3 Видимые координаты звезд на момент наблюдения

Как было ранее указано, реально наблюдаемыми являются видимые координаты небесных объектов на дату наблюдения. В них учитывают влияние многих факторов — годичной аберрации, прецессии и нутации за необходимый интервал времени. Видимые координаты вычисляются на основе средних координат.

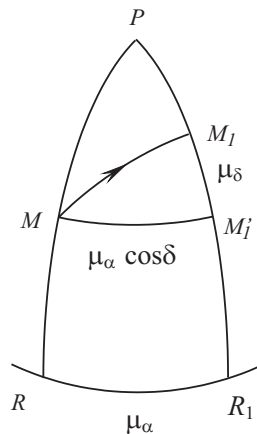


Рис. 7.6: Компоненты собственного движения звезд: μ_α и μ_δ

Для значительного числа звезд, которые широко используются при астрометрических наблюдениях, значения их $\alpha_{\text{вид}}$ и $\delta_{\text{вид}}$ на дату наблюдения с учетом указанных поправок можно получить на основании соответствующих эфемерид АЕ. Эти значения даны через 10 кульминаций звезды для фиксированного момента — верхней кульминации звезды на начальном меридиане (см. таблицу АЕ «Видимые места»). Там же указана дата, когда у данной звезды наблюдаются две кульминации в течение солнечных суток (критическая дата).

С обратной операцией приходится иметь дело, когда от видимых, полученных непосредственно из наблюдений координат, следует получить средние координаты звезд для фиксированного равноденствия вновь создаваемого на обсерватории каталога.

Вопросы

1. В чем состоит явление прецессии и нутации земной оси?
2. Какая из координат звезд испытывает непосредственное изменение вследствие прецессии?
3. Чем вызвана долгопериодическая нутация земной оси?
4. Какие координаты звезд получили названия средних?
5. Как учитываются собственные движения звезд?
6. Какие координаты звезд публикуются в звездных каталогах? Что такое эпоха каталога?

Литература

1. Куликов К. А. Курс сферической астрономии. — М.: Наука, 1974.
2. Щеглов В. П. Отраженные в небе мифы Земли. — М.: Наука, 1986. — С. 91—93.
3. Паули В. Теория относительности. — М.—Л.: ОГИЗ, 1947.
4. Долгов П. Н. Определение времени пассажным инструментом в меридиане. — М., 1952.
5. Известия ГАО РАН. № 216. — СПб., 2002.
6. Одуан К., Гино Б. Измерение времени. Основы GPS. — М.: Техносфера, 2002. — С. 400.
7. Жаров В. Е. Сферическая астрономия. — Фрязино: Век 2, 2006. — С. 480.
8. де Бургун Ж. Календарь. История и современность. — М.: «Издательство Астрель», 2006. — С. 144.

Приложения

Задачи к разделам курса

1. Задачи к разделам 3.2 и 3.3

- (a) Местное звездное время $S = 03^h$. Находится ли тогда точка Υ над горизонтом? Укажите, в какой квадрант попадает азимут точки Υ . Какие яркие звезды в этот момент находятся вблизи верхней кульминации?
- (b) В момент местного звездного времени $S = 05^h$ на рисунке небесной сферы для широты $\varphi = 75^\circ$ показать положение точки весеннего равноденствия и определить экваториальные координаты α , δ следующих точек небесной сферы: (N , S , Z , E , W). насколько изменятся координат этих точек через один час?
- (c) Какие точки эклиптики будут на меридиане места наблюдения (BK) в моменты звездного времени $S_1 = 12^h$ и $S_2 = 18^h$. Как будет тогда расположена эклиптика и полюс эклиптики относительно горизонта, если широта места $\varphi = 40^\circ$. Будут ли точки полюса эклиптики, полюса мира и зенита находиться в одной плоскости (аргументируйте ответ).
- (d) В чем состоят основные различия в видимом движении звезд по небесной сфере в северном и южном полушариях Земли. Иллюстрируйте ответ соответствующими рисунками небесной сферы.

2. Задачи к разделу 4.2

- (a) Определить зенитные расстояния, азимуты и звездное время в моменты верхней кульминации Денеба и Альтаира в пунктах с широтой $\varphi_1 = 56^\circ 49'$ и $\varphi_2 = -40^\circ 20'$. Экваториальные координаты этих звезд взять из Астрономического ежегодника.
- (b) Какое склонение должны иметь звезды, чтобы в верхней кульминации проходить в зените, а в нижней кульминации — в надире, точке севера и точке юга места наблюдения? Чему равна географическая широта этих мест?
- (c) Указать период времени, когда на о. Шпицберген ($\varphi = 79^\circ$ с. ш.) Солнце является невосходящим светилом, т. е. там наблюдается полярная ночь. В каких пределах изменяется высота Солнца в период полярного дня в моменты верхних и нижних кульминаций в этом пункте? (См. табл. «Солнце» в АЕ).
- (d) На какой широте в день летнего солнцестояния Солнце наблюдается в полдень в зените?
- (e) На какой широте α Большой Медведицы (Дубхе) описывает граничную параллель незаходящих светил? Сравните высоты светила в обеих кульминациях для полученной широты.
- (f) Вычислить разность наибольшей и наименьшей высоты звезды Альдебаран (α Тельца) в тех местах, где обе ее кульминации бываюат к северу от зенита. В пределах каких географических параллелей возможны эти явления?

3. Задачи к разделам 4.3 и 4.3.1

- (a) Определить часовые углы и азимуты Солнца в моменты его восхода (захода), окончания гражданских и наступления астрономических сумерек в пункте с широтой $\varphi = 57^\circ$ на 22 декабря.
- (b) Наступают ли астрономические сумерки 03 июня в пункте, широта которого $\varphi = 56^\circ$?
- (c) На полярном круге ($\varphi = 66^\circ 34'$) в момент местного звездного времени $S = 18^h$, эклиптика ежесуточно совпадает с горизонтом, а полюс эклиптики проходит через зенит. В каких азимутах и в какое время суток там будет наблюдаться Солнце на горизонте в следующие даты: 21.04, 22.08, 23.09 и 22.12?

- (d) Определить звездное время восхода с точностью до секунд и азимут восхода в Екатеринбурге ($\varphi = 56^\circ 49'$) и Санкт-Петербурге ($\varphi = 59^\circ 57'$) следующих звезд:

- α *Draconis*, δ *Herculis*, γ *Cephei*;
- η *Leonis*, η *Bootis*, φ *Leonis*.

4. Задачи к разделу 4.2

- (a) Около 3 тыс. лет назад в день летнего солнцестояния полуденное зенитное расстояние Солнца в одном из мест земной поверхности было $26^\circ 15'$ к югу от зенита, а в день зимнего солнцестояния полуденная высота Солнца в том же месте равнялась $+16^\circ 03'$ к югу от зенита. Вычислить наклонение эклиптики к небесному экватору в ту эпоху.
- (b) На какой географической широте не наблюдаются прохождения звезд через первый вертикал?
- (c) С какой плоскостью совпадает первый вертикал на земном экваторе?
- (d) Вычислить зенитное расстояние и звездное время в момент прохождения первого вертикала звездой α *Boo* (Арктур) в пункте с $\varphi = 56^\circ 49'$.
- (e) Укажите даты наступления и окончания полярной ночи в Мурманске ($\varphi = 69^\circ$ с. ш.). Здесь и далее воспользуйтесь таблицами Солнца в АЕ.

5. Задачи к разделу 4.6

- (a) В каких областях на Земле наблюдается максимальное изменение продолжительности дня (ночи) в течение года?
- (b) По каким географическим параллелям проходит граница полярного дня 10 мая и 22 июня?
- (c) На рисунке небесной сферы для $\varphi = 80^\circ$ с. ш. рассмотрите изменение полуденной и полуночной высот Солнца в период полярного дня. Сколько дней он там продолжается? Как изменяется географическая широта тех мест на Земле, где в этот период времени Солнце в полдень можно наблюдать в зените?
- (d) Определите географические долготы пунктов, где происходят верхняя и нижняя кульминации Солнца в $4^h 20^m$ по всемирному времени. В каких точках земного экватора тогда восходит (заходит) Солнце? Указать φ и λ точки земной поверхности, в которой в этот же момент времени 10 мая Солнце наблюдается в зените. $UT = 4^h 20^m$.

6. Задачи к разделу 5.2

- (a) Определите приближенное значение прямого восхождения Солнца на 1 августа и 10 ноября, воспользовавшись данными, приведенными в вышеуказанной таблице.
- (b) Какими будут звездное время в полдень и в полночь в эти даты? Какие яркие звезды будут находиться вблизи меридиана места наблюдения в это время? Воспользуйтесь звездной картой или атласом.

7. Задачи к разделу 5.3

- (a) Какому гипотетическому закону движения Земли вокруг Солнца отвечало бы видимое движение Солнца в соответствии с воображаемым видимым движением среднего Солнца?
- (b) Согласно АЕ 10-го марта истинный полдень происходит в $12^h 10^m 25^s$, а 28-го октября в $11^h 50^m 30^s$ среднего времени. Сравнить для этих дат $\alpha_\odot$ и α_m , указать значения уравнений времени в эти даты и их знак.

8. Задачи к разделу 5.5

- (a) Вычислить местное звездное время в пункте с $\lambda = 4^h 02^m 32^s$ (Екатеринбург) на 10 августа в $21^h 42^m 30^s$ декретного летнего времени.
- (b) Определить летнее время в пункте с $\lambda = 6^h 08^m 40^s$ в. д. в момент верхней кульминации α Орла (Альтаир) 10 августа. Прямое восхождение звезды взять из таблиц Астрономического Ежегодника «Средние места звезд».

9. Задачи к разделу 6.2

- (a) В чем причины различия топоцентрических и геоцентрических координат объектов солнечной системы?

- (b) Геоцентрическое склонение Луны в некоторый момент времени было $+15^{\circ}16.5'$. Определите геоцентрические зенитные расстояния Луны в моменты ее кульминаций в пунктах с широтой $\varphi_1 = 60^{\circ}$ и $\varphi_2 = 40^{\circ}$. Пункты расположены на одном меридиане. Определите разность топоцентрических и геоцентрических зенитных расстояний Луны для указанных пунктов. При расчетах использовать средний горизонтальный параллакс Луны ($p_0 = 57.6'$).
- (c) Опишите вид Земли на небе Луны в полноземлии, исходя из определения горизонтального параллакса Луны.
- (d) Горизонтальный суточный параллакс Солнца $p_0 = 8.80''$. Поясните этот пример рисунком.

10. Задачи к разделу 6.3

- (a) Когда и кем были впервые измерены годовые параллаксы некоторых звезд?
- (b) В какой плоскости происходит параллактическое смещение звезды в дату наблюдения?
- (c) Как ориентирована большая полуось параллактического эллипса на небесной сфере?
- (d) Как изменяется «форма» параллактического эллипса в зависимости от углового расстояния звезды от плоскости эклиптики?

11. Задачи к разделу 6.4

- (a) Какие физические факторы лежат в основе явления абберации?
- (b) Что такое постоянная годичной абберации?
- (c) Опишите характеристики абберационного эллипса.
- (d) Что значит получить видимое место звезды?
- (e) Почему в звездных каталогах приводятся лишь точные средние координаты звезд для заданной эпохи?